

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

***Classificação de recursos minerais baseada nos  
erros derivados da variância de interpolação, da  
variância de krigagem ordinária e da variância da  
simulação estocástica.***

**Fabiana Tiemi Tamada**

**Orientador: Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha**

**MONOGRAFIA DE TRABALHO DE FORMATURA  
(TF-09/11)**

TF  
T153  
FT.c

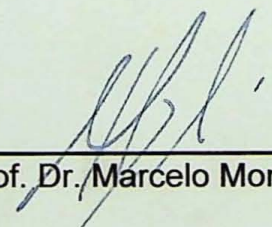
**São Paulo  
2009**

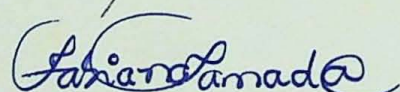


***Classificação de recursos minerais baseada nos  
erros derivados da variância de interpolação, da  
variância de krigagem ordinária e da variância da  
simulação estocástica.***

**MONOGRAFIA DE TRABALHO DE FORMATURA  
(TF-09/11)**

**De acordo:**

  
Orientador: Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha

  
Orientado: Fabiana Tiemi Tamada

DEDALUS - Acervo - IGC



309000026795

**São Paulo  
2009**



TF  
T153  
FT.C



Classification de documents  
Classification de documents  
Classification de documents  
Classification de documents

RECHERCHES DE DOCUMENTS

*Robertson*

*"...it is preferable to have a model of uncertainty than an illusion of reality".*

André Journe!l



## **Agradecimentos**

Aos meus pais, a quem dedico este trabalho, que com muito amor e carinho me proporcionaram as melhores oportunidades que já tive ao longo da minha vida.

Ao meu irmão Fernando, por ter somado muitas outras alegrias ao longo deste ano.

Ao Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha, primeiramente por ter aceito esta orientação, e pela dedicação em cumprir o papel de professor orientador, ao ensinar, apoiar e acompanhar cada passo na evolução deste trabalho de formatura.

Aos Profs. e funcionários do Instituto de Geociências, que me acompanharam durante estes anos de graduação, pela tarefa cumprida na formação de mais um geólogo.

Aos amigos Bruno Lenhare, Juliana Maia, Amadeu Dotti e Nicolás Strikis, por me acompanharem com muito bom humor nesta jornada rumo ao mundo da geociências.

Aos amigos da sala 105, Fabrício, Cibele, Antonio, Renan e Sydnei, por terem estado ao meu lado a cada dia de trabalho e estudo, pelo apoio, ajuda e bons momentos vividos neste ano.

Ao Marcelo Boix, companheiro de todas as horas, que esteve ao meu lado desde a matrícula no curso de geologia até hoje, e que com muito carinho e paciência me apoiou e ajudou durante todos estes anos, principalmente na finalização deste trabalho de formatura, e me mostrou que, às vezes não é necessário compreender o sonho de uma pessoa, e sim simplesmente estar ao lado quando este for realizado.



## Resumo

As principais classificações de recursos/reservas minerais adotadas no mundo estão baseadas fundamentalmente na confiança geológica e na viabilidade econômica do depósito e do empreendimento. Elas seguem códigos propostos para este fim, como o *JORC Code* (AusIMM, 2004) ou, no Brasil, o Código de Mineração (DNPM, 1987), que utilizam o grau de certeza do recurso/reserva mineral como fator discriminante das várias classes. Assim sendo, o nível de conhecimento do depósito determina se este é classificado como recurso inferido, recurso indicado ou recurso medido. Adicionando-se a economicidade e outros fatores ao recurso este se torna reserva provável ou provada.

Este trabalho de formatura, além de proporcionar o aprendizado da classificação de recursos/reservas e da análise geoestatística aplicada para este propósito, tem o intuito de classificar, utilizando as recomendações da Portaria nº 03 de 24/10/90 do DNPM, os recursos da bancada 1452 da Mina de Capanema, um depósito de ferro do tipo BIF (*Banded Iron Formation*) localizado no Estado de Minas Gerais.

A partir da análise geoestatística calculou-se as estimativas do teor de ferro para a bancada citada. Para a predição de teores foram utilizadas as técnicas de krigagem ordinária e simulação estocástica. As incertezas associadas a cada método também foram calculadas e utilizadas, no cálculo do erro de estimativa para cada bloco, e esta informação utilizada na classificação de recursos mencionada.

Devido às características dos dados, que apresentam homogeneidade, e a grande quantidade de informações, fatores que influenciam diretamente nas incertezas associadas às estimativas e conseqüentemente na classificação, a maior parte dos blocos foi classificado como recurso medido, uma quantidade mínima como recurso indicado, não sendo os erros obtidos a partir das incertezas grandes o suficiente para classificar os recursos como inferido.

Os erros derivados da variância de krigagem, da variância de interpolação e da variância de simulação estocástica não apresentaram diferenças significativas entre si, no que diz respeito à classificação de recursos. Porém, a variância de interpolação, por sua característica heteroscedástica, apresenta resultados sutilmente melhores, pois as incertezas são condizentes com as heterogeneidades locais da mineralização.



## **Abstract**

The main classifications of mineral resources/ reserves held around the world are based primarily on geological confidence and economic feasibility of the deposit and the enterprise. These classifications follow proposed codes for this purpose, such as the JORC Code (AusIMM, 2004) or in Brazil, the Mining Code (DNPM, 1987), using the associated uncertainty of the resource/reserve mining as discriminator factor among the different classes. Therefore, the knowledge level about the deposit determines whether the resource will be classified as inferred, indicated or a measured resource. Applying economic factors and others to resources, one can classify them as probable or proved reserves.

This conclusion monograph, provides the learning of resources/reserves classification and applied geostatistical analysis for this purpose, aims to classify using the recommendations of Portaria No. 03 of 24/10/90 DNPM, the resources on the bench 1452 of Capanema Mine, a iron-type BIF (Banded Iron Formation) deposit, located in Minas Gerais State.

From the geostatistical analysis, estimates of iron content was computed to the stated bench. For the prediction of iron content, the ordinary kriging and stochastic simulations techniques were used. The uncertainties associated with each method were also calculated and used in error computation for each block, and this information was used to classify the resources mentioned above.

Due to the variable characteristics, which is homogeneous, and the large amount of information, factors that directly influence the uncertainties associated to the predictions and therefore the classification, most of the blocks were classified as measured resource, a minimum amount as indicated resource, and it was not computed any block at inferred class since the errors derived from uncertainties were not large enough.

The errors derived from kriging variance, interpolation variance and stochastic simulation variance showed no significant differences between them, in the sense of classification of resources. However, interpolation variance, due to its heteroscedastic characteristic, was slightly better, once the uncertainties are more consistent with the local heterogeneity of the mineralization.



## Índice

1. Introdução.....	3
2. Metas e Objetivos .....	4
3. Fundamentação Bibliográfica.....	4
3.1 Classificação de Reservas .....	4
3.2 Análise Estatística .....	7
3.3 Análise Geoestatística.....	7
3.3.1 Teoria das Variáveis Regionalizadas .....	8
3.3.2 Variogramas Experimentais e Modelos Teóricos .....	9
3.3.3 Validação Cruzada .....	10
3.3.4 Parâmetros de Vizinhaça.....	11
3.3.5 Krigagem Ordinária.....	12
3.3.6 Variância de Krigagem .....	13
3.3.7 Variância de Interpolação .....	13
3.3.8 Simulação Estocástica.....	13
3.3.9 Simulação Sequencial Gaussiana .....	14
3.3.10 Anamorfose Gaussiana .....	14
3.4 Geologia da Área .....	15
4. Matérias e Métodos.....	16
5. Desenvolvimento do trabalho.....	16
6. Resultados obtidos .....	18
6.1 Anamorfose Gaussiana .....	18
6.2 Análise estatística .....	19
6.3 Análise geoestatística .....	20
6.3.1 Variograma experimental e Modelo Teórico .....	20
6.3.2 Validação Cruzada .....	22
6.3.3 Estimativas e Simulação Estocástica.....	22
6.3.3.1 Análise Estatística dos Resultados .....	23
6.3.4 Cálculo do Erro de Estimativa.....	23
6.3.4.1 Resultados Estatísticos dos Erros de Estimativa .....	23
6.3.5 Classificação de recursos em termos de tonelagem de minério .....	28
7. Discussão dos resultados .....	29
8. Conclusões .....	30
9. Referências Bibliográficas.....	31
Anexos.....	33



## Índice de Figuras

Figura 1: Representação gráfica de um variograma e de suas propriedades (Yamamoto, 2001) .....	10
Figura 2: Gráfico de dispersão da Validação Cruzada com os respectivos quadrantes ..... (Guimarães, 2006).....	11
Figura 3: Seleção de amostras pelos critérios dos quadrantes (à esquerda) e octantes (à direita), de acordo com Yamamoto, 2001. ....	11
Figura 4: Localização da Mina de Capanema. ....	15
Figura 5: Mapa da malha de amostragem da bancada 1452 para a variável Fe. ....	18
Figura 6: Relação entre as curvas de frequência acumulada empírica (em azul) e teórica .. (em laranja).....	19
Figura 7: Histograma para os teores da variável Fe (a) e Fe_Transformado (b) .....	19
Figura 8: Variogramas experimentais calculados para as 4 direções principais para Fe (a) e Fe_transformado (b). ....	20
Figura 9: Modelos teóricos de variograma ajustados para Fe (a) e Fe_transformado (b).....	21
Figura 10: Gráfico de dispersão da Validação Cruzada para Fe (a) e Fe_transformado (b). ..	22
Figura 11: Mapa do erro de estimativa pela variância de krigagem.....	25
Figura 12: Mapa do erro de estimativa pela variância de interpolação .....	26
Figura 13: Mapa do erro de estimativa pela variância de simulação estocástica.....	27

## Índice de Tabelas

Tabela 1: Cronograma atualizado das atividades realizadas .....	17
Tabela 2: Estatística da variável Fe e Fe_transformado.....	19
Tabela 3: Parâmetros utilizados no cálculo do variograma experimental .....	20
Tabela 4: Parâmetros utilizados nos ajustes dos modelos teóricos dos variogramas experimentais .....	21
Tabela 5: Parâmetros de vizinhança utilizados .....	22
Tabela 6: Estatísticas dos Resultados .....	23
Tabela 7: Resultados estatísticos apresentados pelos Erros de Estimativas .....	24
Tabela 8: Números de blocos de minério classificados como recurso medido, indicado e inferido.....	28
Tabela 9: Volume total de Recurso Medido e Recurso Indicado. Expresso em termos de tonelagem.....	29



## 1. Introdução

As principais classificações de recursos/reservas minerais adotadas no mundo estão baseadas fundamentalmente na confiança geológica e na viabilidade econômica do depósito e do empreendimento. Estas classificações permitem expressar quantidades de minério de acordo com o grau de precisão e conhecimento associado às reservas sendo então fundamentais para a comunicação das mesmas (Yamamoto & Rocha, 1996).

A expressão reserva mineral sugere que algum tipo de medição tenha sido realizada em determinado fator de interesse, no caso o teor, de forma que a sua extração possa ser considerada viável do ponto de vista tecnológico e realizada com lucro (Yamamoto & Rocha, 1996). Segundo os mesmos autores o recurso mineral diferencia-se da reserva mineral pela obrigatoriedade desta ser economicamente viável e corresponder somente a uma pequena fração do recurso geológico (1/5 a 1/3). A viabilidade econômica, por sua vez, é determinada pela possibilidade de conversão das reservas minerais em valores monetários, através do preço do minério praticado no mercado, e por fatores como tecnologias disponíveis, custos da indústria mineral, legislação existente, entre outros. O minério deve ser lavrado e processado de forma a gerar lucro para a indústria.

A declaração e classificação de recursos/reservas minerais seguem certos códigos como o JORC Code (AIMM, 2004) ou o Código de Mineração (DNPM, 1987). Estes códigos utilizam o grau de certeza do recurso/reserva mineral como fator discriminante das várias classes. Apesar dos códigos determinarem intervalos específicos de erros de estimativa para a classificação do recurso/reserva, os mesmos não mostram como quantificá-los, ou seja, não mencionam os procedimentos para cálculo dos erros associados.

A fim de proporcionar o aprendizado da classificação de recursos/reservas minerais e da análise geoestatística aplicada com este propósito, esta monografia de trabalho de formatura tem por objetivo a classificação de recursos da bancada 1452 da Mina de Capanema, um depósito de ferro do tipo BIF (*Banded Iron Formation*), seguindo as recomendações da Portaria nº 03 de 24/10/90 do DNPM.



## **2. Metas e Objetivos**

O objetivo deste trabalho de formatura é realizar a classificação de recurso mineral em uma bancada de uma mina de ferro, com base nos erros derivados da variância de interpolação, da variância de krigagem e da variância da simulação estocástica. Esta classificação se justifica pelo fato das diferentes classes de recursos/reservas serem estabelecidas de acordo com o grau de incerteza associado às mesmas, sem contudo ser mencionado ou orientado claramente pelos códigos existentes, de que forma deve ser feito o cálculo do erro associado a esta estimativa.

## **3. Fundamentação Bibliográfica**

### **3.1 Classificação de Reservas**

Na classificação de recursos/reservas minerais os códigos internacionais propostos são bastante correlacionáveis entre si, principalmente na terminologia adotada, tendo provavelmente uma mesma origem. O *JORC Code* (AusIMM, 2004) é um dos mais conhecidos dentre eles. No Brasil, tanto o Código de Mineração (DNPM, 1987) quanto o relatório “Bases técnicas de um sistema de quantificação do patrimônio mineral brasileiro” (DNPM, 1992 apud Yamamoto & Rocha, 2001) são correlacionáveis com o *JORC Code* nas terminologias e conceitos adotados.

De acordo com o *JORC Code* (AusIMM, 2004) recursos minerais são concentrações ou ocorrências minerais naturais de interesse econômico intrínseco, encontradas sobre ou na crosta terrestre, a partir das quais existe a perspectiva de extração com viabilidade econômica.

Os recursos são classificados como inferido, indicado e medido, de acordo com a quantidade e qualidade dos dados disponíveis e o nível de confiança associado. O único parâmetro econômico aplicado no cálculo de recursos minerais é o teor de corte, fundamental para a definição prévia da economicidade de um depósito.

Recurso Inferido é aquele no qual tonelagem, teor e conteúdo mineral podem ser estimados com baixo nível de confiança, através de evidências geocientíficas que não demonstram com segurança a sua continuidade (AusIMM, 2004). No recurso Indicado a tonelagem, densidade, formato do corpo mineral, características físicas, teor e conteúdo mineral podem ser estimados com razoável nível de confiança, baseados em investigações, dados geocientíficos e procedimentos de amostragem que permitam assumir a continuidade da ocorrência mineral (AusIMM, 2004).

Confirmada a continuidade e conhecendo-se seguramente os dados geocientíficos, o recurso é denominado Medido, que ainda de acordo com o *JORC Code* é aquele onde a tonelagem, densidade, formato do corpo, características físicas, teor e conteúdo mineral podem ser estimados com alto nível de confiança, através dos mesmos procedimentos de



pesquisa e amostragem citados anteriormente. Admitindo-se a viabilidade econômica através de fatores mercadológicos, metalúrgicos, tecnológicos, legais, ambientais, sociais, de mineração e políticos, os recursos são considerados reservas prováveis ou provadas. Se um recurso mineral é classificado como Indicado, os fatores geológicos que controlam o corpo de minério são conhecidos e sua extração mostra-se viável economicamente, ele transforma-se em uma Reserva Provável. Se um recurso é classificado como Medido, os fatores geológicos estão melhor definidos e a exploração mostra-se viável economicamente através de considerações tecnológicas, financeiras, ambientais, políticas etc., ele passa à Reserva Provada. A Reserva Provável possui nível de confiança menor que a Reserva Provada, porém este deve ser aceitável como base para a decisão de explorar ou não um depósito (AusIMM, 2004).

O *SAMREC Code* (SAMREC, 2007), código adotado na África do Sul, o *CIM Standard Definitions* (CIM, 2005), adotado no Canadá, e o *The Reporting Code* (IMMM, 2001), adotado no Reino Unido, Irlanda e Europa, seguem as mesmas definições do *JORC Code* tanto para recursos quanto para reserva. Um aspecto importante presente no *JORC Code* e também nestes três outros códigos é o papel do Profissional Competente ou Qualificado. A classificação de recurso/reserva mineral na categoria mais adequada é função deste profissional, que também é o responsável pela elaboração do relatório técnico do depósito avaliado. É a pessoa com competência para avaliar a quantidade, distribuição e qualidade dos dados utilizados, assim como o nível de confiança dos mesmos, para serem utilizados na classificação de recurso/reserva. Para isto, este profissional deve ter no mínimo 5 anos de experiência em exploração mineral, avaliação de projetos ou atividades relacionadas e ser membro ou licenciado de alguma associação profissional reconhecida.

O Código de Mineração (DNPM, 1987), por sua vez, adota as terminologias Medido, Indicado e Inferido em seu modelo de classificação de recursos/reservas minerais. A Reserva Medida é aquela onde as dimensões, forma e teor da substância mineral podem ser perfeitamente estabelecidos, através dos estudos geológicos e procedimentos de amostragem, e a tonelagem e teor podem e devem ser rigorosamente determinados dentro dos limites estabelecidos, que não devem apresentar variação superior ou inferior a 20% da quantidade verdadeira. A Reserva Indicada é aquela em que a tonelagem e o teor podem ser computados parcialmente de amostras específicas ou extrapolada até distância razoável com base em evidências geológicas. A Reserva Inferida seria aquela onde houve pouca ou nenhuma pesquisa mineral e a estimativa do minério é feita com base no conhecimento das características geológicas.

Segundo Yamamoto & Rocha (1996), o DNPM, por meio da Portaria nº 03 de 24/10/90, constituiu um grupo de trabalho com o intuito de estabelecer bases técnicas para um sistema permanente de quantificação do patrimônio mineral brasileiro. O resultado do trabalho deste grupo foi o relatório "Bases técnicas de um sistema de quantificação do



patrimônio mineral brasileiro”. Este relatório apresenta uma atualização das definições de recursos/reservas minerais, sendo as definições alternativas as reproduzidas em Yamamoto & Rocha (2001):

- **Recurso Medido:** recurso calculado com confiabilidade de 95% para o qual o erro de estimativa é no máximo de 20%;
- **Recurso Indicado:** recurso calculado com confiabilidade de pelo menos 95%, para o qual o erro de estimativa é superior a 20% e inferior a 50%;
- **Recurso Inferido:** recurso calculado com confiabilidade de pelo menos 95%, para o qual o erro de estimativa é superior a 50%;
- **Reserva Provada:** reserva calculada por métodos geoestatísticos onde o bloco estimado tenha dimensões pertinentes à escala de produção e proporcionalidade com os alcances variográficos e tenha no mínimo uma amostra de sua auréola de influência, o que equivale a determinar as relações de covariância amostra/bloco, bloco/bloco e amostra/amostra.
- **Reserva Provável:** reserva calculada por métodos geoestatísticos onde o bloco estimado tenha dimensões pertinentes à escala de produção e proporcionalidade com os alcances variográficos e nenhuma amostra em sua auréola de influência, o que equivale a atribuir à variância de krigagem do bloco o valor da variância a priori mais o valor do covariograma do bloco.

Somente neste relatório de 1992 do DNPM nota-se a existência de valores para o nível de confiabilidade e o erro de estimativa como limítrofes entre uma classe e outra de recurso mineral. Adicionalmente, somente neste relatório é mencionado o conceito de métodos geoestatísticos, porém sem indicar algum método adequado para determinar tais níveis de confiabilidade e erros de estimativa. Para Yamamoto (2001), um nível de confiança de 95% para depósitos minerais é, em geral, muito elevado e aplicável somente para depósitos minerais extremamente homogêneos na forma e na distribuição de teores.

O erro de estimativa, ou a tolerância permitida para fins de classificação de recursos/reservas, é resultado da divisão do intervalo de confiança (IC) pela média (Yamamoto, 2001), conforme:

$$ERRO = \frac{\frac{1}{2} IC_{95\%}}{\bar{X}} = \frac{S t_{gl,nc}}{\bar{X} \sqrt{n}}$$

onde  $S$  é o desvio padrão do ponto ou bloco estimado,  $t_{gl,nc}$  é o valor crítico de  $t$  de uma distribuição  $t$  student de acordo com o grau de liberdade ( $gl = n - 1$ ) e o nível de significância de 5% (IC=95%),  $\bar{X}$  é o valor estimado para o ponto ou bloco e  $n$  é o número de blocos ou subblocos considerados na estimativa.



### 3.2 Análise Estatística

A parte da estatística que procura somente descrever e analisar um certo grupo, sem tirar quaisquer conclusões ou inferências sobre um grupo maior, é chamada estatística descritiva ou dedutiva (Spiegel, 1993). Estatísticas descritivas podem ser agrupadas em Medidas de Tendência Central, Medidas de Dispersão e Medidas de forma. As Medidas de Tendência Central são a Média, que é o valor esperado em um conjunto de dados, a moda, valor ou classe de valores mais freqüente, e a mediana, valor que divide a distribuição em duas partes iguais. As Medidas de Dispersão são a variância, que mede quanto os valores de uma distribuição distam de sua média, o desvio padrão que nada mais do que a raiz quadrada da variância, e o coeficiente de variação (CV) obtido através da divisão do desvio padrão pela média (Spiegel, 1993).

Quando se trabalha com grandes massas de dados brutos é necessário distribuí-los em classes. A representação das classes com suas frequências denomina-se distribuição de frequência. Uma das representações gráficas de distribuição de frequência é o histograma que pode apresentar assimetria positiva ou negativa. A assimetria é representada por um coeficiente que mede o grau de simetria da distribuição de frequências. A curtose por sua vez é o grau de achatamento da distribuição, considerado usualmente em relação a uma distribuição normal (Spiegel, 1993). Indica a intensidade das frequências na vizinhança dos valores centrais. Estas duas medidas caracterizam as medidas de forma da estatística descritiva.

### 3.3 Análise Geoestatística

Em um estudo onde as variáveis assumem valores definidos em cada ponto no espaço, o comportamento exibido é demasiadamente complexo para ser analisado pelos métodos estatísticos usuais. Quando se utiliza a estatística espacial considera-se que os valores amostrais são realizações de funções aleatórias e, nesse caso, o valor de um ponto é função da sua posição no espaço (Landim, 1998).

Neste contexto, na África do Sul, pesquisadores, como o engenheiro de minas D. G. Krige e o estatístico H. S. Sichel, desenvolveram empiricamente uma técnica própria para inferir valores em locais não amostrados. Estas técnicas posteriormente receberam um tratamento formal através de um grupo liderado pelo engenheiro francês Georges Matheron, no *Centre de Morphologie Mathématique*, em Fontainebleau, que em 1962 e 1963 publicou seus primeiros trabalhos (Landim, 1998). Matheron nomeou tal método como *Geoestatística* e formalizou o conceito de variáveis regionalizadas.

Deutsch & Journel (1998) definiram a geoestatística como a ciência que se preocupa em estudar fenômenos que flutuam no espaço e/ou tempo e que, sendo assim, oferece uma coleção de instrumentos estatísticos. Esta coleção visa a compreensão e modelagem da variabilidade espacial dos fenômenos de interesse. Olea (1999) refere-se à geoestatística



como um conjunto de técnicas numéricas que lidam com a caracterização de atributos espaciais, empregando principalmente modelos aleatórios de uma forma semelhante à forma como as análises de séries temporais caracteriza dados temporais. De acordo com Yamamoto (2001), é através da análise geoestatística que se obtém a ferramenta básica para a estimativa que é o variograma.

### **3.3.1 Teoria das Variáveis Regionalizadas**

A Teoria das Variáveis Regionalizadas tem por objetivo o estudo e a representação das propriedades estruturais das variáveis regionalizadas para a resolução de problemas de estimativa. Uma variável regionalizada é qualquer função numérica com uma distribuição espacial, definição esta puramente descritiva, que varia de um lugar para o outro com continuidade aparente (Yamamoto, 2001).

Para Landim (1998), as variáveis regionalizadas são aquelas variáveis que tem um comportamento espacial mostrando características intermediárias entre as variáveis verdadeiramente aleatórias e as totalmente determinísticas. Apresentam aparente continuidade no espaço, sendo representadas por funções numéricas ordinárias que descrevem um fenômeno natural. A continuidade geográfica atribuída se manifesta pela tendência que a variável regionalizada tem de apresentar valores muito próximos em dois pontos vizinhos e mais diferentes à medida que os pontos se distanciam. Segundo Kim (1990, apud Yamamoto, 2001) a maioria das variáveis regionalizadas pode apresentar aspecto aleatório, que consiste em variações altamente irregulares e imprevisíveis, e aspecto estruturado, que reflete as características estruturais do fenômeno regionalizado.

As características qualitativas que as variáveis regionalizadas possuem e que as diferenciam das variáveis aleatórias dos métodos estatísticos convencionais são a localização (posição geográfica), suporte [tamanho das amostras em 1 (comprimento), 2 (área) ou 3 (volume) dimensões], continuidade (característica das amostras de possuir certa continuidade ponto a ponto) e anisotropia (diferentes comportamentos em diferentes direções).

De acordo com Yamamoto (2001) um conceito básico na Teoria das Variáveis Regionalizadas é a chamada hipótese intrínseca, a qual implica que uma função (a função intrínseca) descreve o comportamento espacial da variável regionalizada dentro do espaço e que essa função é uma característica intrínseca da regionalização. Em outras palavras, a geoestatística assume que a distribuição das diferenças entre dois pontos amostrais é a mesma para todo o depósito e que ela depende apenas da distância e orientação entre os pontos. A variação espacial é estacionária se ela puder ser reconhecida em todas as partes do espaço, ou seja, o variograma é o mesmo onde quer que se amostre.



### 3.3.2 Variogramas Experimentais e Modelos Teóricos

O variograma é a ferramenta básica que permite descrever quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado (Huijbregts, 1975). É o principal resultado da análise geoestatística, ao qual ajusta-se um modelo matemático predefinido, que nada mais é do que uma função matemática chamada de modelo de variograma. A partir do variograma obtêm-se os valores de variância espacial utilizados na montagem do sistema de equações lineares (sistema de krigagem) cuja solução visa estabelecer os ponderadores utilizados na estimativa por krigagem.

A natureza estrutural de um conjunto de dados (assumido pela variável regionalizada) é definida a partir da comparação de valores tomados simultaneamente em dois pontos, segundo uma determinada direção. Sendo assim, a função variograma  $2\gamma(h)$  é definida como a esperança matemática do quadrado da diferença entre os valores de pontos no espaço, separados por uma distância  $h$ , que pode ser escrito conforme:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Z(x_i + h) - Z(x_i)]^2$$

onde  $n$  é o número de pares de pontos separados por uma distância  $h$ ,  $Z(x_i)$  é o valor da variável regionalizada no ponto  $x_i$  e  $Z(x_i + h)$  é o valor da variável regionalizada no ponto  $(x_i + h)$ .

Para o cálculo do variograma experimental alguns parâmetros devem ser fornecidos como o passo (distância que separa duas amostras), a tolerância do passo (tolerância dada a distância do passo que é acrescida ou subtraída do passo), direção (direção na qual se deseja calcular o variograma), tolerância angular (ângulo atribuído a direção escolhida como tolerância para a utilização ou não de pontos adjacentes à mesma), largura máxima (distância a partir da qual o ângulo atribuído pela tolerância angular perde eficácia) e número de passos (número máximo de vezes que o passo receberá o incremento da distância).

Conforme Yamamoto (2001), a análise estrutural deve ser realizada tomando-se em relação a uma linha base quatro direções iniciais de cálculo:  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $135^\circ$ . Sendo o variograma uma função que depende da direção, é natural que possa apresentar comportamento diferente conforme cada direção, caracterizando a anisotropia.

A representação gráfica da função variograma é o variograma e sua interpretação permite obter parâmetros que descrevem o comportamento espacial das variáveis regionalizadas. As principais propriedades do variograma são as descritas a seguir e visualizadas na Figura 1.

- Amplitude (a): é a distância a partir da qual as amostras passam a ser independentes. É a distância que marca o final do campo estruturado (amostras espacialmente correlacionadas) e início do campo aleatório (amostras espacialmente independentes).



- Patamar ( $C_0+C$ ): é o valor da variância no qual o variograma se estabiliza.
- Efeito Pepita ( $C_0$ ): também chamado variância aleatória é o valor da função variograma próximo à origem ( $h \approx 0$ ).
- Variância Espacial ( $C$ ): é a diferença entre o patamar e o efeito pepita.

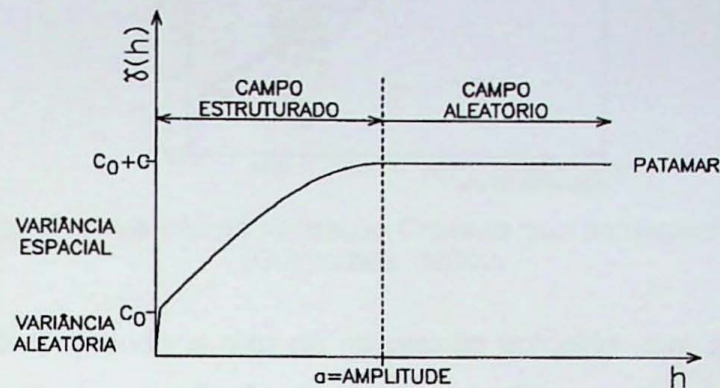


Figura 1: Representação gráfica de um variograma e de suas propriedades (Yamamoto, 2001)

O variograma experimental após calculado tem um modelo teórico ajustado a si. O modelo teórico de variograma é uma função matemática que descreve continuamente (em termos de distância) a variabilidade ou correlação espacial mostrada em um variograma experimental, que é uma função matemática discreta. O ajuste do modelo teórico é feito de forma interativa a partir da definição das propriedades do variograma (efeito pepita, amplitude e patamar) e da escolha de um modelo apropriado. O modelo teórico de variograma é desenhado juntamente com os pontos do variograma experimental (Yamamoto, 2001). Se o ajuste não for satisfatório, novos parâmetros são fornecidos até que o mesmo seja considerado satisfatório.

### 3.3.3 Validação Cruzada

A validação cruzada é uma técnica que nos permite comparar as estimativas e os valores reais utilizando apenas as informações disponíveis no conjunto de dados amostrais (Isaaks & Srivastava, 1989). Consiste em comparar a estimativa para um ponto cujo valor da variável de interesse é conhecido (Rocha, 1999). O ponto a ser testado é mascarado e então estimado de acordo com as amostras restantes e dos parâmetros de vizinhança definidos. O objetivo é a aferição do modelo e uma melhor definição dos parâmetros de vizinhança (Guimarães, 2006).

Os resultados da Validação Cruzada são o coeficiente de correlação e um gráfico de dispersão entre valores reais e valores estimados. O gráfico pode ser dividido em quadrantes permitindo conferir se as estimativas foram satisfatórias (concentração da nuvem de pontos nos quadrantes I e III), se foram superestimadas (concentração da nuvem de pontos no quadrante II) ou subestimadas (concentração da nuvem de pontos no quadrante IV), conforme ilustrado na Figura 2.



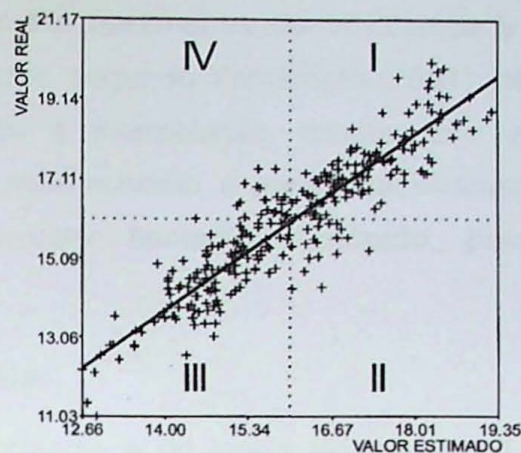


Figura 2: Gráfico de dispersão da Validação Cruzada com os respectivos quadrantes (Guimarães, 2006).

O resultado é ideal quando a reta de regressão coincide com a primeira bissetriz do gráfico e o coeficiente de correlação é igual a 1. Entretanto, esta situação nunca é alcançada.

### 3.3.4 Parâmetros de Vizinhança

A definição da vizinhança local consiste em localizar e delimitar amostras de furos vizinhos para definir um subconjunto a ser utilizado na estimativa. Somente as amostras dentro deste raio de influência estabelecido serão utilizadas na estimativa por krigagem ordinária.

A análise da vizinhança inicia-se tendo como base uma elipse ou círculo centrado no ponto a ser estimado. Os eixos da elipse ou círculo devem ser definidos respeitando os valores de amplitude do variograma, pois esta medida separa o campo estruturado do campo aleatório. Para evitar agrupamentos de pontos, que podem produzir resultados distintos e consequentemente uma amostragem não representativa, devem ser estabelecidos critérios de seleção de amostras por quadrantes ou octantes (Harbaugh *et alii*, 1977), que significa subdividir a região do domínio em quatro ou oito setores respectivamente, conforme a Figura 3. Adotar estes critérios significa ter amostras igualmente distribuídas em torno do ponto a ser interpolado pois são selecionadas as amostras mais próximas por setor, até se completar um número desejado de amostras para fins de estimativa.

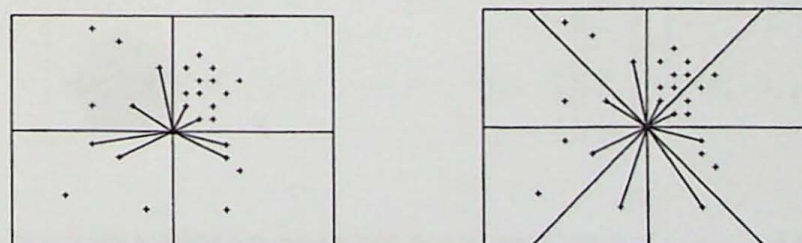


Figura 3: Seleção de amostras pelos critérios dos quadrantes (à esquerda) e octantes (à direita), de acordo com Yamamoto, 2001.



Nesta fase da definição dos parâmetros de vizinhança é importante observar que o número de amostras por setor, segundo Yamamoto (2001), não deve ser excessivamente pequeno, com o risco de a interpolação resultar em valor semelhante ou muito correlacionado ao do ponto mais próximo, e nem excessivamente grande, com o risco de a interpolação resultar num valor bastante suavizado, perdendo a característica de interpolação local.

### 3.3.5 Krigagem Ordinária

Krigagem, do francês *krigeage*, e do inglês *kriging*, é um termo cunhado pela escola francesa de geoestatística em homenagem ao engenheiro de minas sul-africano e pioneiro na aplicação destas técnicas em avaliação mineira, D. G. Krige. É um processo de estimativa de valores de variáveis distribuídas no espaço a partir de valores adjacentes enquanto considerados como interdependentes pelo variograma (Landim, 1998). Trata-se, em último caso, de um método de estimativa por médias móveis que, de acordo com Spiegel (1993), têm a propriedade de tenderem a reduzir o total da variação que se apresenta em um conjunto de dados.

A krigagem ordinária é uma estimativa linear para uma variável regionalizada que satisfaz a hipótese intrínseca (Landim, 1998). Este método permite estimar o valor desconhecido  $Z^*(x_0)$  associado a um ponto, área ou volume a partir de um conjunto de  $n$  dados disponíveis  $[Z(x_i), i = 1, n]$  (Yamamoto, 2001).

O estimador da krigagem ordinária  $Z^*(x_0)$  no ponto  $(x_0)$  é calculado como:

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z(x_i)$$

onde  $z(x_i)$  é o valor que a variável regionalizada assume no  $i$ -ésimo ponto vizinho ao que será estimado e  $\lambda_i$  é o  $i$ -ésimo ponderador, associado ao  $i$ -ésimo ponto vizinho. Os ponderadores ( $\lambda_i, i=1, n$ ) são obtidos a partir da resolução de um sistema de equações lineares, denominado de sistema de krigagem ou equações de krigagem, com a condição da soma dos ponderadores ser igual a 1  $\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1\right)$ , conforme:

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \gamma(x_1 - x_2) & \cdots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \gamma(x_2 - x_1) & \gamma(x_2 - x_2) & \cdots & \gamma(x_2 - x_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \gamma(x_n - x_2) & \cdots & \gamma(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_0 - x_1) \\ \gamma(x_0 - x_2) \\ \vdots \\ \gamma(x_0 - x_n) \\ 1 \end{bmatrix}$$

onde  $\gamma(x_n - x_n)$  é o valor da variância espacial entre amostras,  $\gamma(x_0 - x_n)$  é o valor da variância espacial das amostras em relação ao ponto estimado e  $\mu$  corresponde ao multiplicador de Lagrange.



### 3.3.6 Variância de Krigagem

A minimização da variância do erro resulta na variância de estimativa ou de krigagem, conforme:

$$\sigma_{ko}^2 = \sum_i \lambda_i \gamma(x_0 - x_i) + \mu$$

A variância de krigagem foi proposta como indicador da qualidade do estimador  $[Z^*(x_0)]$ . No caso de estimativas de recursos/reservas minerais, por exemplo, a variância de krigagem é utilizada para atribuir níveis de confiança para efeito de classificação dos mesmos (Yamamoto, 2000).

Como a variância de krigagem depende apenas do variograma, que é global, ela não mede adequadamente dados de dispersão locais (Yamamoto, 2000) e, portanto, não reconhece a variabilidade que fenômenos naturais podem apresentar de uma localidade para outra.

Descreve-se então a variância de krigagem como homoscedástica, ou seja, independente dos valores locais dos pontos usados para obter o estimador  $Z^*(x_0)$  (Yamamoto, 2000). Ela mede apenas a configuração espacial dos dados (Journel & Rossi, 1989). Sendo assim, blocos com o arranjo de dados idênticos são estimados com a mesma variância de krigagem, mesmo que um apresente dados mais consistentes à sua volta e outro dados mais heterogêneos.

### 3.3.7 Variância de Interpolação

Como proposta para medidas mais precisas da variância local, dependentes dos valores dos pontos de dados (variância condicional heteroscedástica), Yamamoto introduziu em 1989 o conceito da variância de interpolação (Yamamoto, 2001).

A variância de interpolação corresponde à propriedade de exatidão da krigagem ordinária, é proporcional à dispersão dos pontos de dados e foi definida por Yamamoto (2000) como:

$$S_0^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i [z(x_i) - z^*(x_0)]^2$$

### 3.3.8 Simulação Estocástica

A simulação estocástica é o processo de construção de  $n$  modelos igualmente prováveis. Estas realizações representam  $n$  possíveis cenários da distribuição espacial da variável de interesse sobre o domínio estudado (Deutsch & Journel, 1998). Cada cenário constitui então uma imagem estocástica (Journel, 1994).

Esta técnica de predição vem sendo utilizada principalmente na indústria do petróleo desde o final da década de 80, devido a representação cada vez mais precisa de reservatórios com alguma heterogeneidade, sendo que muitos modelos simplistas apresentaram falhas na predição desses reservatórios (Srivastava, 1994).



Uma diferença em relação a krigagem, que reproduz melhor a precisão local através de um único modelo suavizado da realidade, é que a simulação estocástica caracteriza-se pela reprodução de valores globais através de  $n$  modelos não suavizados da realidade (Deutsch & Journel, 1998). Para Olea (1999), a escolha entre a krigagem e a simulação deve ser decidida baseada no que é mais relevante: a minimização de erros de estimativa local ou a verdadeira continuidade espacial. Segundo este mesmo autor, a simulação estocástica é um meio geoestatístico de tratar a suavização na krigagem ordinária.

A simulação estocástica é realizada sobre dados multigaussianos, ou seja, que apresentam uma combinação linear qualquer que faz com que saiam do seu domínio para seguir uma distribuição gaussiana normal  $[N(0,1)]$ .

Se os resultados da simulação estocástica honram os dados amostrais de entrada, a simulação é dita condicional (Deutsch&Journel, 1998), e no caso contrário chama-se de simulação não condicional. Dentre os algoritmos mais comumente aplicados a variáveis contínuas destaca-se a Simulação Sequencial Gaussiana.

### 3.3.9 Simulação Sequencial Gaussiana

A Simulação Sequencial Gaussiana segue o conceito de que existe equivalência entre os resultados de uma distribuição multivariada e de uma sequência de distribuições univariadas condicionadas à realizações univariadas (Olea, 1999).

Em termos práticos, a Simulação Sequencial Gaussiana simula o valor do ponto  $Z^{(i)}(x_i)$  como sendo o valor da krigagem simples adicionado de um ruído aleatório, que é calculado como a variância de krigagem simples multiplicado a um número aleatório ( $\epsilon$ ) (Rocha, 2007), conforme:

$$z^i(x_0) = z_{KS}^*(x_0) + \sigma_{KS}^2 \epsilon$$

Este número aleatório ( $\epsilon$ ) é gerado aleatoriamente e a princípio segue uma distribuição uniforme entre 0 e 1 sendo que posteriormente é transformado em uma distribuição gaussiana normal  $[N(0,1)]$ .

De acordo com Hohn (1999) a simulação seqüencial gaussiana calcula uma estimativa de krigagem convencional e a variância da estimativa desde que os dados sigam uma distribuição gaussiana  $[N(0,1)]$ . Esta aproximação requer um único modelo de variograma baseado nos dados transformados e, uma vez realizada a simulação, os resultados são transformados de volta para as unidades originais.

Uma técnica existente para transformação dos dados em uma distribuição gaussiana normal é a chamada Anamorfose Gaussiana.

### 3.3.10 Anamorfose Gaussiana

A Anamorfose Gaussiana é uma função matemática que transforma a variável  $Y$  em nova variável  $Z$  equivalente, dentro de uma distribuição gaussiana, de forma que  $Z = \phi(Y)$ .



Ela é realizada após feito um ordenamento crescente dos dados originais.

A função matemática da Anamorfose é descrita como uma expansão polinomial, de acordo com:

$$\phi(Y) = \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i H_i(Y)$$

onde  $H_i(Y)$  são os chamados polinômios de Hermite (Geovariances & Ecole des Mines de Paris, 2000).

### 3.4 Geologia da Área

A Mina de Capanema, um depósito do tipo *BIF* (*Banded Iron Formation*), encontra-se entre os municípios de Santa Bárbara e Itabirito, na porção central do Estado de Minas Gerais. Insere-se no contexto do Quadrilátero Ferrífero, na parte sudoeste da Serra de Ouro Fino, designação local daquele trecho da Serra do Espinhaço. O Quadrilátero Ferrífero, por sua vez, está situado na porção meridional do Cráton do São Francisco, um núcleo estabilizado no Proterozóico Inferior e considerado uma porção remanescente de um extenso bloco crustal, de Idade Arqueana, denominado Cráton do Paramirim (Almeida, 1981). A Figura 4 mostra a localização da Mina de Capanema.

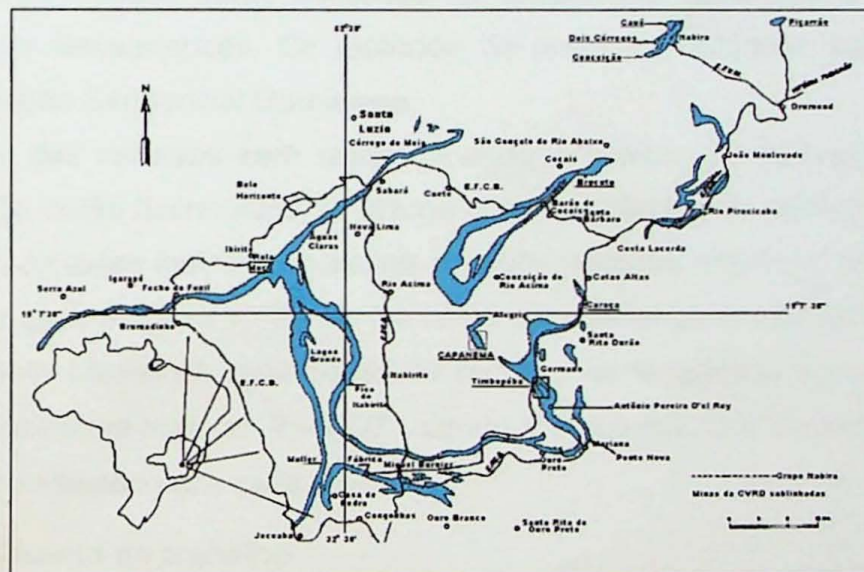


Figura 4: Localização da Mina de Capanema.

Na coluna estratigráfica local da Mina de Capanema encontram-se o Grupo Maquiné do Supergrupo Rio das Velhas (sequências vulcano-sedimentares do tipo greenstone belt, de idade Arqueana) e os Grupos Itabira e Caraça, definidos por Dorr (1969 *apud* Rocha, 1999), como pertencentes ao Supergrupo Minas (coberturas plataformais, cuja idade é atribuída ao Proterozóico Inferior) que se sobrepõe ao Supergrupo Rio das Velhas em contato discordante, tanto estrutural como estratigraficamente. O minério de ferro da Mina de Capanema encontra-se inserido na Formação Cauê, Grupo Itabira, mais precisamente no núcleo da Sinclinal de Ouro Fino, e tem como litologia principal o itabirito (Rocha, 1999). É nesta rocha da Formação Cauê que se concentram as grandes reservas já conhecidas de



minério de ferro do país, além de minério de manganês e outros. A Formação Cauê encontra-se sobreposta aos filitos sericíticos da Formação Batatal (Grupo Caraça) que é a base do Supergrupo Minas, em contato gradacional, tanto de poucos centímetros como até de um ou dois metros. De acordo com Massahud (1996), da base para o topo a Formação Cauê apresenta a seguinte sequência: itabirito silicoso basal, itabirito carbonático (dolomítico), itabirito silicoso e itabirito anfíbolítico. Segundo este mesmo autor, a hipótese aceita como a mais correta para a origem do minério de Capanema é o enriquecimento em ferro do itabirito dolomítico por lixiviação do carbonato, através de soluções meteóricas descendentes até o nível do lençol freático.

#### **4. Matérias e Métodos**

A base de dados utilizada refere-se a bancada denominada 1452 da Mina de Capanema amostrada através de furos de *blast* feitos com equipamento *rockdrill* e analisada para os parâmetros Fe (ferro), SiO<sub>2</sub> (sílica), Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (alumina) e P (fósforo). Os dados disponíveis são as coordenadas dos pontos de amostragens e os teores das variáveis.

Para análise estatística e geoestatística, estimativas, cálculo do erro e auxílio na interpretação dos resultados serão utilizados os programas Geovisual e Isatis, sendo o último da empresa Geovariances. Os métodos de predição utilizados serão a Krigagem Ordinária e Simulação Seqüencial Gaussiana.

A classificação dos recursos será realizada após o cálculo do erro para o modelo de blocos, onde serão então delimitados os blocos com erro abaixo de 20% (recurso medido), entre 20% e 50% (recurso indicado) e acima de 50% (recurso inferido), de acordo com os valores propostos pela Portaria nº 03 de 24/10/90 do DNPM para cada classe de recurso mineral. Definidos os blocos de cada classe de recurso, será aplicada a equação básica do cálculo de recurso/reserva mineral  $R = VDT$ , sendo V o volume, D a densidade aparente do minério e T o teor estimado para cada bloco.

#### **5. Desenvolvimento do trabalho**

Do Projeto Inicial à Monografia de Trabalho de Formatura o cronograma proposto e executado teve por finalidade proporcionar, de forma lógica e seqüencial, o aprendizado da análise estatística e geoestatística de dados geológicos, assim como de um procedimento para classificação de recurso/reserva mineral. Do cronograma inicial algumas alterações se mostraram apropriadas, em função da interpretação em andamento e oportunidade de utilização dos resultados já obtidos, porém sem prejudicar o desenvolvimento proposto.

Não foram encontradas dificuldades significativas no decorrer do trabalho que resultassem em atraso no andamento dos mesmos. Toda dificuldade ou dúvida encontrada no decorrer do trabalho foi exposta para o orientador do mesmo, que colaborou para todas as tomadas de decisões.



O cronograma atualizado das atividades realizadas, desde a Elaboração do Projeto Inicial até a Elaboração da Monografia se encontra na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1: Cronograma atualizado das atividades realizadas

Atividade	Meses											
	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	
Elaboração do Projeto Inicial												
Preparação da base de dados												
Levantamento Bibliográfico												
Análise Estatística												
Análise Geoestatística												
Elaboração do Relatório de Progresso												
Krigagem Ordinária (KO) - Estimativa - Variância de interpolação e de KO												
Simulação Sequencial Gaussiana - Estimativa - Variância de SE												
Interpretação dos resultados												
Classificação de Recursos/Reservas												
Elaboração da Monografia												



## 6. Resultados obtidos

A campanha de amostragem da bancada 1452 da Mina de Capanema foi realizada com malha regular de 28,28 x 28,28 x 13,00m conforme mostrado na Figura 5:

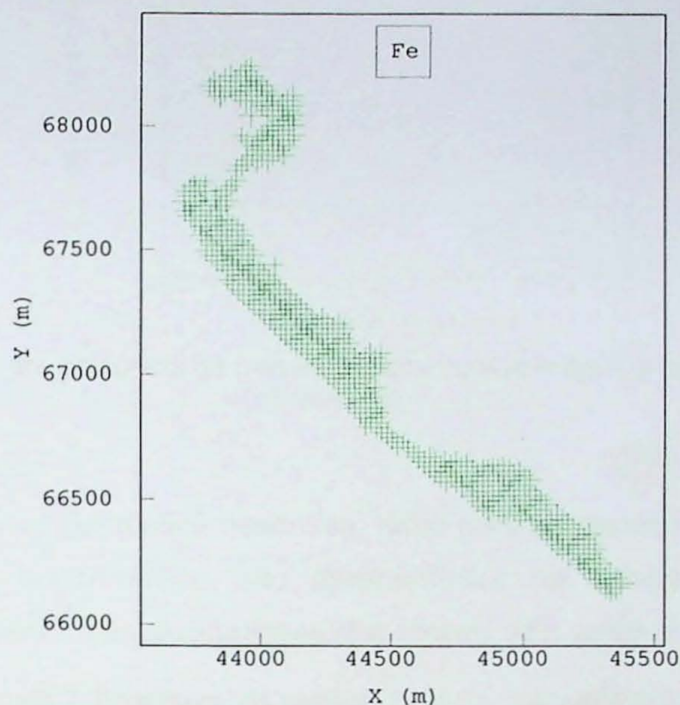


Figura 5: Mapa da malha de amostragem da bancada 1452 para a variável Fe.

De acordo com a malha apresentada na Figura 5, para a variável Fe foram analisados no total 451 pontos. Com base nestes pontos de dados foram realizadas as análises estatística, geoestatística e as estimativas. Para melhor visualização e efeito de comparação, tanto os resultados gerados para os dados de Fe originais como para os dados de Fe após realizada a Anamorfose Gaussiana por inversão linear (Fe\_transformado), necessária para a simulação seqüencial gaussiana, serão mostrados em conjunto em cada resultado.

### 6.1 Anamorfose Gaussiana

A Anamorfose gaussiana, ou a transformação de dados em uma distribuição gaussiana normal ( $N[0,1]$ ), foi realizada no software Isatis.

Para um melhor resultado na transformação dos dados foram utilizados 60 polinômios de Hermite. A relação entre as curvas de freqüência acumulada empírica (resultante do ordenamento dos dados originais) e teórica (linha tracejada resultante de valores gaussianos de uma distribuição normal com média zero e desvio padrão um) é representada na Figura 6.



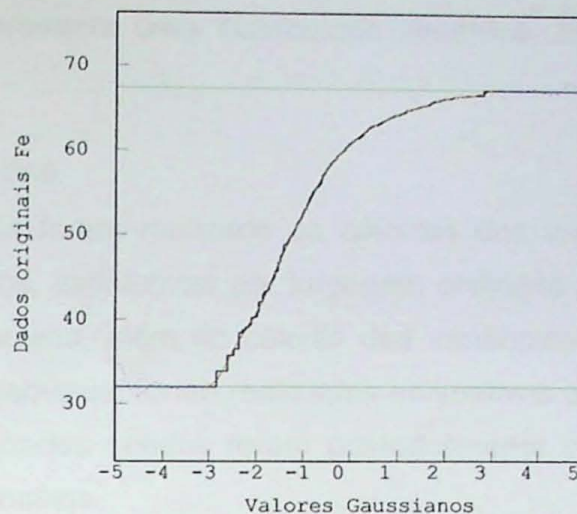


Figura 6: Relação entre as curvas de frequência acumulada empírica (em azul) e teórica (em laranja)

## 6.2 Análise estatística

Os resultados da análise estatística descritiva, tanto para os dados de teores de Fe como para os teores de Fe\_transformado, são apresentados na Tabela 2, assim como os histogramas, que representam as distribuições dos teores, são apresentados na Figura 5.

Tabela 2: Estatística da variável Fe e Fe\_transformado

Variável	Nº de amostras	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Variação	Desvio Padrão
Fe	451	31,95	67,37	58,86	60,92	41,73	6,46
Fe_transformado	451	-3,02	3,02	0,00	0,02	1,00	1,00

Na variável Fe\_transformado observa-se média igual a zero e desvio padrão igual a 1, características de uma distribuição gaussiana normal ( $N[0,1]$ ).

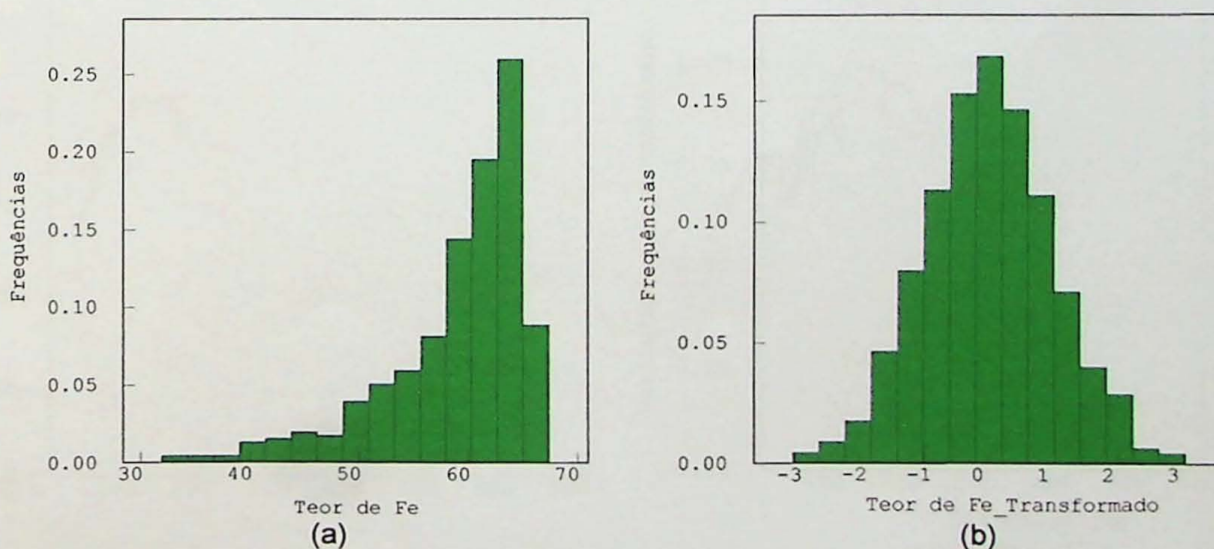


Figura 7: Histograma para os teores da variável Fe (a) e Fe\_Transformado (b)

O histograma para os teores de Fe originais apresenta distribuição com acentuada assimetria negativa, enquanto que o histograma para os teores de Fe transformados pela



Anamorfose Gaussiana apresenta uma distribuição simétrica, típica de uma distribuição gaussiana normal.

### 6.3 Análise geoestatística

Na análise geoestatística foram realizado os cálculos dos variogramas experimentais, ajustes dos modelos teóricos, estimativas por krigagem ordinária e simulação estocástica - simulação sequencial gaussiana, além do cálculo das variâncias e do erro de estimativa, entre outros. No software Geovisual foram realizadas estimativas e o cálculo da variância de interpolação, onde os resultados obtidos foram posteriormente importados para o Isatis® para a continuidade dos trabalhos.

#### 6.3.1 Variograma experimental e Modelo Teórico

Os variogramas experimentais tanto para os dados de Fe como para os de Fe\_transformado, foram calculados para as 4 direções principais, com os mesmos valores de tamanho do passo, número de passos e tolerâncias, apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Parâmetros utilizados no cálculo do variograma experimental

Direção	Passo	Nº de passos	Tolerância Angular	Tolerância do Passo
0°	39	7	22,5	50%
45°	28	5	22,5	50%
90°	39	7	22,5	50%
135°	28	20	22,5	50%

Os variogramas experimentais resultantes são os apresentados na Figura 8.

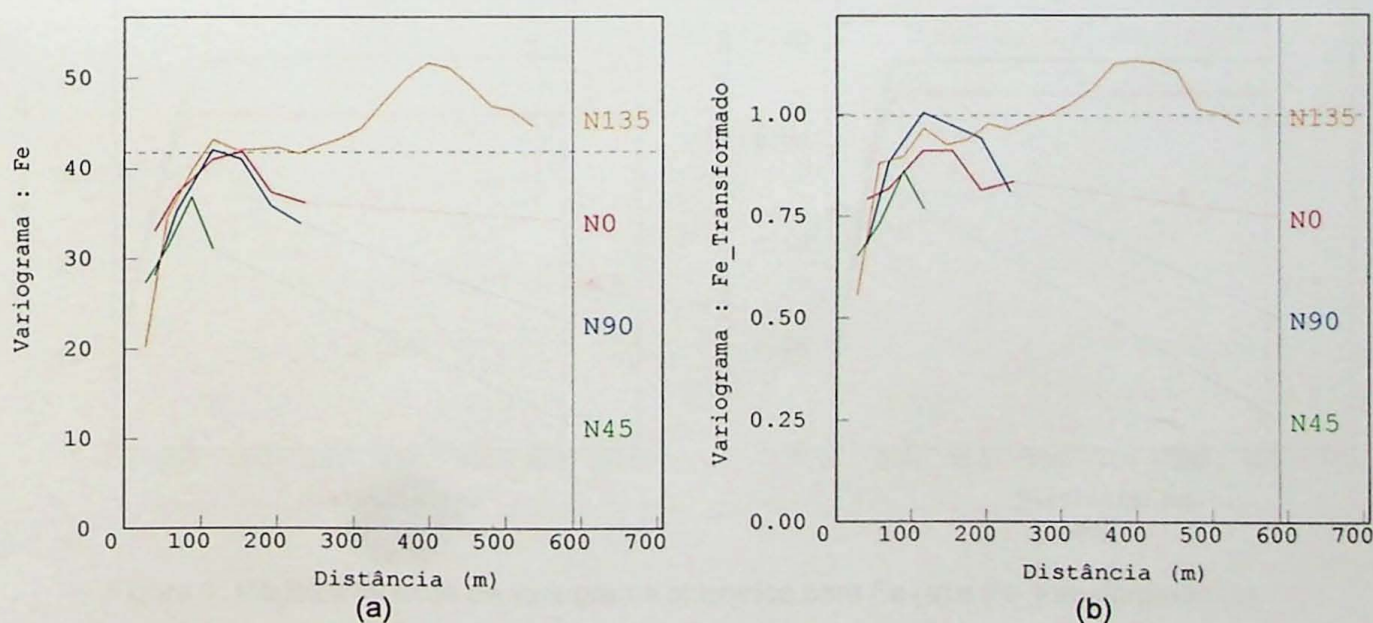


Figura 8: Variogramas experimentais calculados para as 4 direções principais para Fe (a) e Fe\_transformado (b).



Após o cálculo dos variogramas experimentais, verificou-se que a direção de 135° apresentava melhor estruturação sendo a direção de maior correlação espacial, confirmando o controle estrutural da mineralização de acordo com o eixo do Sinclinal de Ouro Fino. Consequentemente, as direções escolhidas para os ajustes foram a de 135° e sua perpendicular (45°).

Os ajustes dos modelos teóricos, tanto para os dados de Fe quanto para o Fe\_transformado, foram então realizados considerando o fenômeno espacial com anisotropia mista, conforme pode ser observado na Figura 9 (a) e (b). O modelo teórico que melhor se ajustou aos variogramas experimentais destas duas direções foi o modelo esférico. A direção do eixo maior da elipse de anisotropia foi definida como 135°. No ajuste do modelo teórico para Fe o efeito pepita foi definido igual a 14 e para Fe\_transformado igual a 0,2. Os demais parâmetros utilizados nos dois ajustes são os apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Parâmetros utilizados nos ajustes dos modelos teóricos dos variogramas experimentais

Variável	Estrutura	Modelo	Variância Espacial	Amplitude Máxima	Amplitude Mínima
Fe	1ª	Esférico	22.8	112m	92m
	2ª	Esférico	6.2	140m	-
Fe_transformado	1ª	Esférico	0.67	89m	85m
	2ª	Esférico	0.08	86m	-

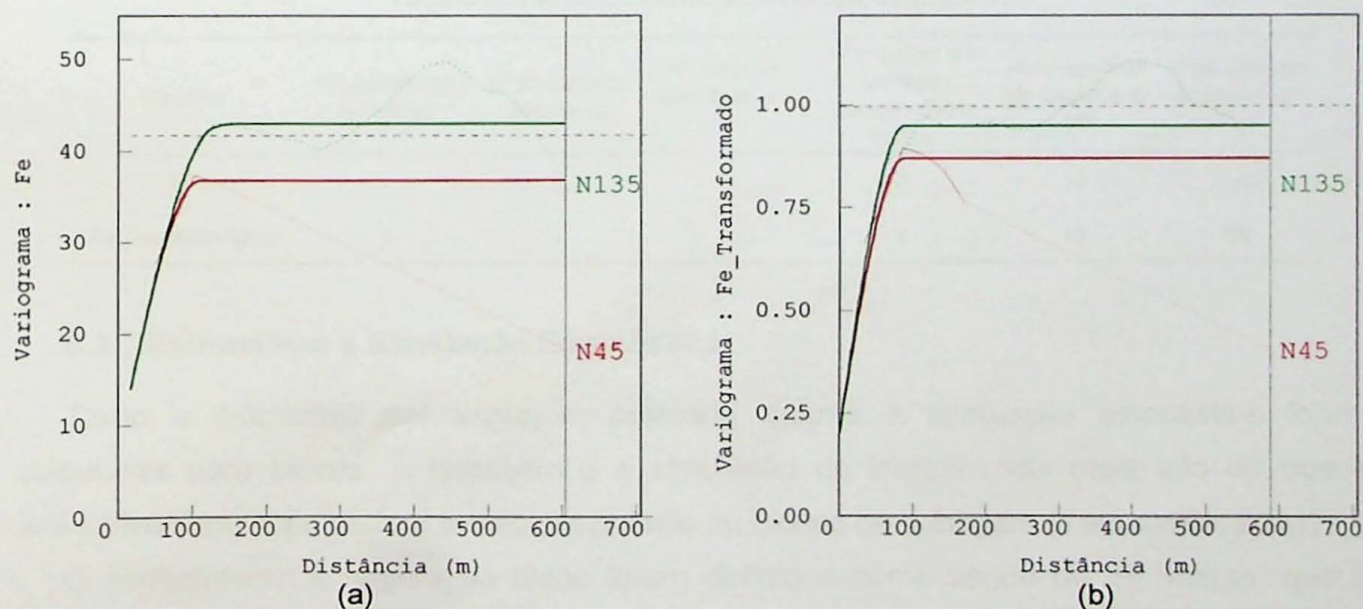


Figura 9: Modelos teóricos de variograma ajustados para Fe (a) e Fe\_transformado (b).



### 6.3.2 Validação Cruzada

A Validação Cruzada realizada para aferir o modelo e definir os parâmetros de vizinhança resultou em um coeficiente de correlação de 0,627 para a variável Fe e de 0,571 para a variável Fe\_transformado. Os diagramas de dispersão dos valores reais contra os estimados são apresentados na Figura 10.

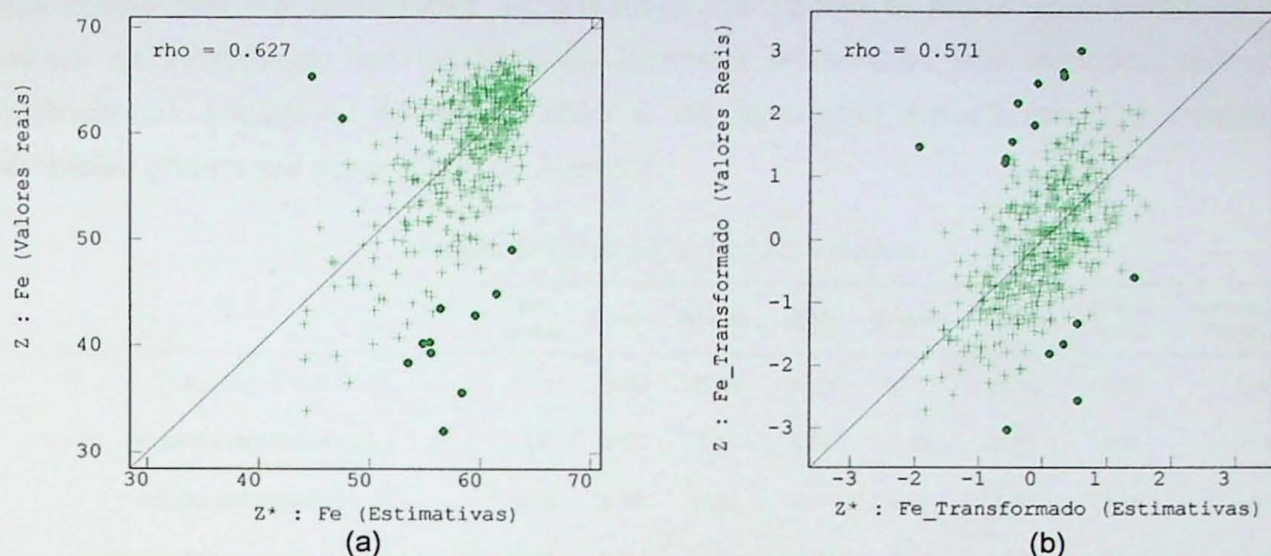


Figura 10: Gráfico de dispersão da Validação Cruzada para Fe (a) e Fe\_transformado (b)

Para se obter um melhor resultado foram testadas várias vizinhanças, considerando sempre o maior número de amostras estimadas segundo os parâmetros definidos. Desta forma, para os coeficientes de correlação de 0,627 e 0,571 os parâmetros de vizinhança utilizados foram:

Tabela 5: Parâmetros de vizinhança utilizados

Variável	Nº mínimo de amostras	Nº de setores angulares	Nº ideal de amostras por setor	Nº máximo de setores consecutivos vazios	Raio máximo de busca em 45°	Raio máximo de busca em 135°
Fe	4	4	3	2	92	140
Fe_Transformado	4	4	3	2	85	89

### 6.3.3 Estimativas e Simulação Estocástica

Tanto a estimativa por krigagem ordinária quanto a simulação estocástica foram calculadas para blocos. A krigagem e a simulação de blocos nada mais são do que a estimativa/simulação do teor médio em painéis ou blocos de cubagem (Yamamoto, 2001).

O comprimento e largura do bloco foram definidos como sendo de 20 metros, que é aproximadamente metade do valor do maior passo utilizado para o cálculo do variograma experimental.

A simulação estocástica foi calculada pelo algoritmo da Simulação Seqüencial Gaussiana e optou-se pela realização de 100 simulações.



Ambos resultados podem ser observados no Anexo 1. Deve-se destacar que na simulação a imagem apresentada representa a média das 100 simulações.

### 6.3.3.1 Análise Estatística dos Resultados

As estatísticas dos resultados obtidos por krigagem ordinária, assim como os gerados pela média das 100 simulações encontram-se na Tabela 6. Ainda apresentam-se nesta Tabela as estatísticas das medidas de incerteza associadas aos métodos, que são a variância da krigagem, da interpolação e da simulação estocástica. Os mapas das variâncias podem ser observados no Anexo 2.

Tabela 6: Estatísticas dos Resultados

	Nº dados	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Variância	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação
Krigagem Ordinária	1628	39,94	65,61	58,71	60,01	20,65	4,54	0,08
Variância de Krigagem ( $\sigma_{ko}$ )	1628	4,77	7,94	5,59	5,12	0,83	0,91	0,17
Variância de Interpolação ( $S_o$ )	1628	0,38	13,37	4,11	3,58	5,47	2,34	0,57
Simulação Sequencial Gaussiana	1699	41,34	65,76	58,78	59,4	14,76	3,84	0,06
Variância de Simulação Estocástica ( $\sigma_{se}$ )	1699	0,52	7,69	3,07	3,05	1,52	1,23	0,4

### 6.3.4 Cálculo do Erro de Estimativa

Calculadas as estimativas e suas respectivas variâncias, o cálculo do erro de estimativa

foi realizado de acordo com:

$$ERRO = \frac{S.t_{gl,nc}}{X\sqrt{n}}$$

Para o intervalo de confiança de 95% recomendado pela Portaria nº 03 de 24/10/90 do DNPM, e portanto um nível de significância de 5%, o valor crítico de  $t$  foi definido como 1,645, com graus de liberdade tendendo ao infinito, uma vez que foi maior que 120. O valor de  $n$  foi determinado como 4, o número de subblocos definido nos parâmetros de vizinhança.

Os mapas resultantes dos erros derivados da variância de krigagem, da variância de interpolação e da variância da simulação estocástica encontram-se, respectivamente, nas Figuras 11, 12 e 13.

#### 6.3.4.1 Resultados Estatísticos dos Erros de Estimativa

Os resultados estatísticos da representatividade dos erros de estimativas encontram-se na Tabela 7. Considera-se representatividade dos erros a proporção, em porcentagem, do erro em relação à média.



Tabela 7: Resultados estatísticos apresentados pelos Erros de Estimativas

Variação utilizada no cálculo do Erro	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Variação	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação
Variação de Krigagem ( $\sigma_{ko}$ )	9,39	33,19	13,57	12,59	3,63	13,16	0,27
Variação de Interpolação ( $S_0$ )	1,19	56,25	11,03	8,45	8,23	67,71	0,75
Variação de Simulação Estocástica ( $\sigma_{se}$ )	0,99	22,74	7,69	7,23	3,89	15,12	0,5

Através dos valores de mínimo e de máximo, percebe-se que todas as variações utilizadas resultaram em proporções entre 0 e 50% e apenas as proporções derivadas da variação de interpolação apresentam valores superiores a 50%. Estes limites terão implicações na classificação de recursos minerais.



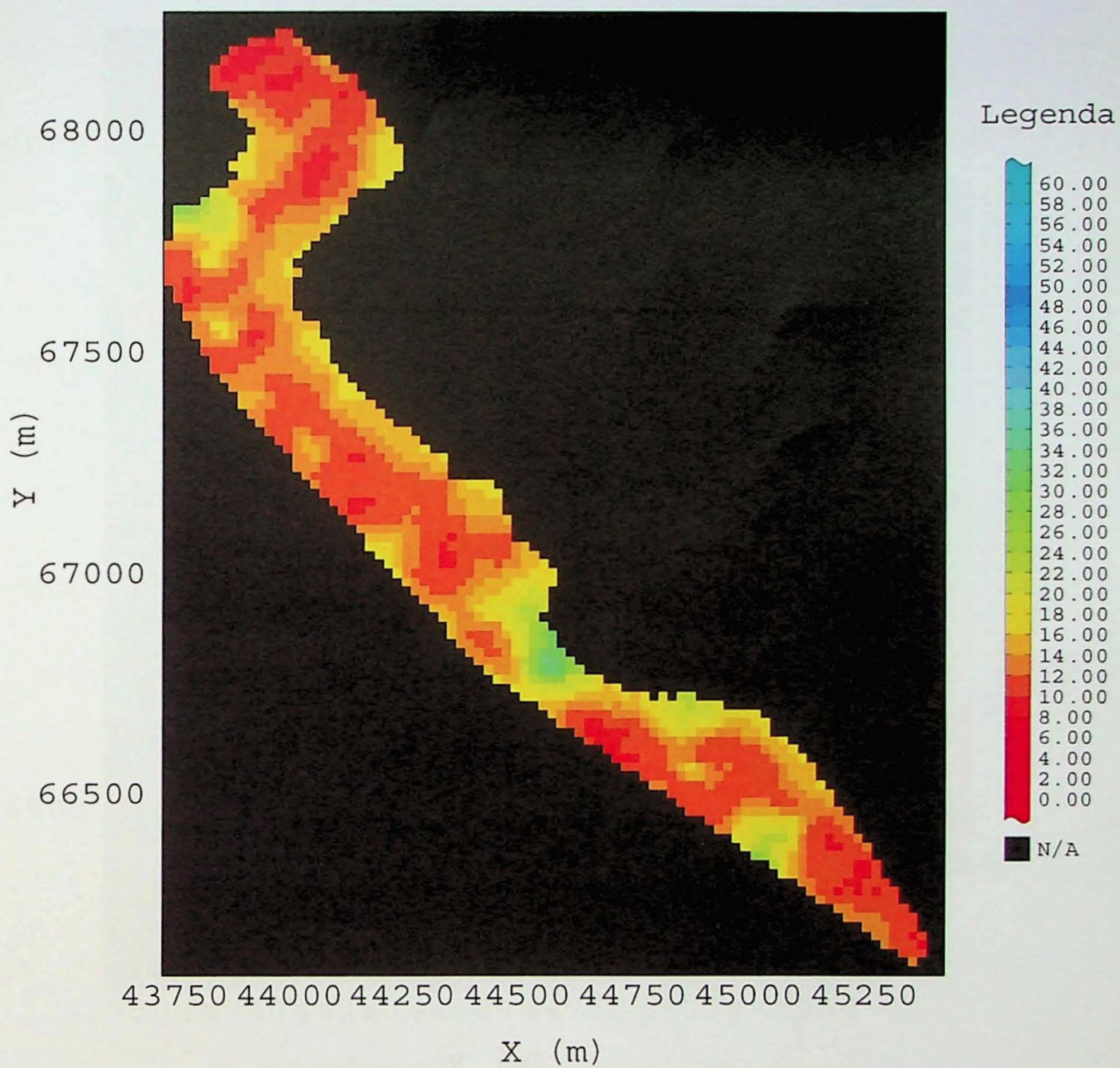


Figura 11: Mapa do erro de estimativa pela variância de krigagem



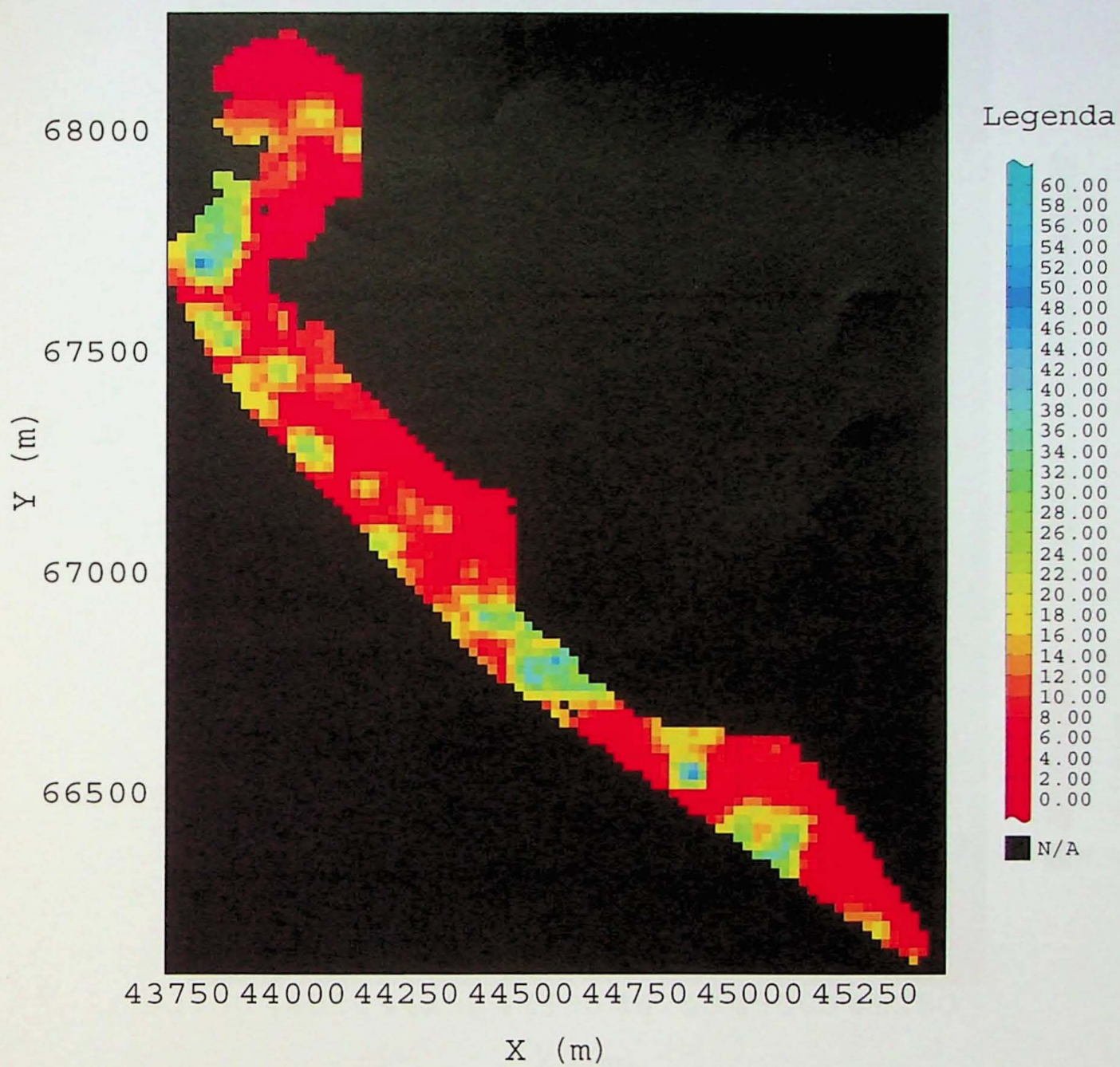


Figura 12: Mapa do erro de estimativa pela variância de interpolação



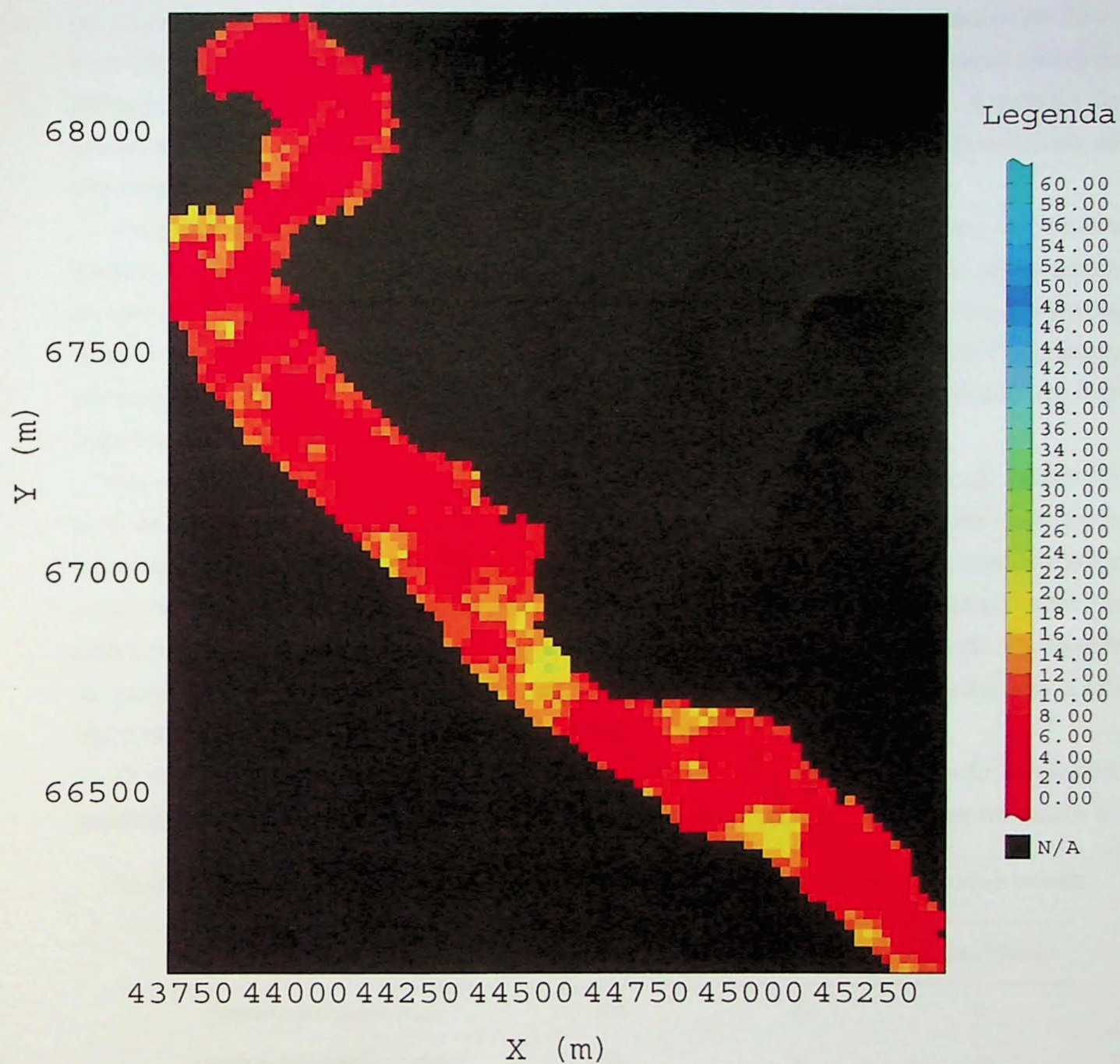


Figura 13: Mapa do erro de estimativa pela variância de simulação estocástica



## 6.4 Classificação de recursos/reservas minerais

A classificação de recursos baseada nos erros derivados das variâncias de krigagem, de interpolação e da simulação estocástica, foi realizada em duas etapas.

A primeira etapa foi a realização de uma seleção dos blocos com erros de estimativa de no máximo 20%, outra dos blocos com proporções superiores a 20,001% e abaixo de 50%, e por última uma seleção dos blocos com erros superiores a 50%. Estas diferentes seleções definem, respectivamente, as classes de recurso medido, indicado e inferido. A seleção de blocos com erros superiores a 50% foi realizada somente para os resultados da variância de interpolação, pois foi a única que apresentou valores acima de 50%.

A segunda etapa foi realizar outra seleção, de forma que, dentre os blocos de recurso medido, indicado e inferido, fossem selecionados somente os blocos com teor de Fe acima do teor de corte. O teor de corte adotado para o minério de Fe foi de 59,5%, que é a média dos teores de corte mínimos de 3 faixas granulométricas do minério de ferro de Capanema, de acordo com Rocha (1999). Conforme já mostrados nos resultados estatísticos das estimativas não foram estimados teores de Fe maiores que 67%.

Os mapas resultantes após finalizadas as seleções encontram-se no Anexo 3. Apesar do erro de estimativa derivado da variância de interpolação apresentar blocos com erros referentes a classe de recurso inferido, após especificar que estes blocos deveriam estar acima do teor de corte nenhum bloco foi selecionado. Isto significa que, através somente do erro o bloco poderia ser classificado como recurso inferido, porém, por estar abaixo do teor de corte, ele não mais se caracteriza como um recurso a ser classificado pois não é um bloco de minério.

O número de blocos então classificados como recurso medido, indicado e inferido, baseado nas proporções dos erros derivados das três variâncias, encontram-se na Tabela 8.

Tabela 8: Números de blocos de minério classificados como recurso medido, indicado e inferido

Variância	Recurso Medido	Recurso Indicado	Recurso Inferido
Variância de Krigagem ( $\sigma_{ko}$ )	829	0	0
Variância de Interpolação ( $S_0$ )	794	1	0
Variância de Simulação Estocástica ( $\sigma_{se}$ )	827	0	0

### 6.3.5 Classificação de recursos em termos de tonelagem de minério

Definido o número total de blocos classificados como recurso medido e recurso indicado, foi aplicada a equação básica de recursos/reservas  $R = VDT$  para a classificação dos recursos em termos de tonelagem de minério.



A altura da bancada de 13m praticada na lavra da Mina de Capanema (Rocha, 1999) resultou em um volume de bloco de  $5.200\text{m}^3$  ( $20\text{m} \times 20\text{m} \times 13\text{m}$ ). A densidade utilizada foi  $2,544\text{m}^3$ , valor da densidade aparente média do depósito de Capanema segundo Rocha (1999). Para os blocos classificados com base na variância de krigagem e de interpolação, o teor de Fe utilizado foi o estimado para cada bloco através da krigagem ordinária. Para os blocos classificados com base na variância de simulação estocástica, o teor utilizado foi o valor da média, para cada bloco, das realizações.

Os resultados obtidos, de volume total de Recurso Medido e Recurso Indicado, classificados com base nos erros derivados da variância de krigagem, da variância de interpolação e da variância de simulação estocástica encontram-se na Tabela 9.

Tabela 9: Volume total de Recurso Medido e Recurso Indicado. Expresso em termos de tonelagem.

Variância	Recurso Medido	Recurso Indicado
Variância de Krigagem ( $\sigma_{ko}$ )	6.778.898,81	0
Variância de Interpolação ( $S_0$ )	6.521.289,09	8.105,29
Variância de Simulação Estocástica ( $\sigma_{SE}$ )	6.747.022,69	0

## 7. Discussão dos resultados

Ao testar as incertezas associadas aos métodos da krigagem ordinária e da simulação estocástica na classificação de recursos/reservas, o que se verificou foi que a grande maioria dos blocos, independente do método de estimativa ou da variância utilizada, foram classificados como recurso medido. Somente com base no erro derivado da variância de interpolação, que apresentou o maior intervalo entre mínimo e máximo nos resultados estatísticos dos erros de estimativa, foi possível classificar um bloco como indicado. Um outro fato interessante sobre a variância de interpolação é o observado no respectivo mapa do erro de estimativa onde observa-se que erros maiores, calculados com base em variâncias maiores, encontram-se exatamente em locais onde os dados possuem valores mais distintos dos seus vizinhos, independente da configuração espacial. Diferente da variância de krigagem que apresentou menores resultados de erro exatamente em blocos sobre a malha de amostragem, que por ser regular apresenta uma configuração espacial propícia a baixas variâncias. No Anexo 4 é possível ver a malha de amostragem e a representatividade dos dados de teor de Fe sobre os mapas do erro de estimativa.

Em termos de tonelagem, os recursos classificados como medido através das três variâncias apresentaram valores relativamente próximos.

Um aspecto importante que deve ser lembrado é que, independente do código de classificação utilizado, que no caso deste trabalho de formatura foram as recomendações da Portaria nº 03 de 24/10/90 do DNPM, na classificação de recursos/reservas minerais, além



de certos requisitos, que no caso da Portaria é o erro de estimativa e o nível de confiabilidade, um outro parâmetro a ser sempre considerado é o teor de corte do minério. Somente os blocos com teor acima do teor de corte podem ser considerados na classificação de recursos/reservas. Por esta razão, apesar de possuir erros acima de 20,001%, tanto com base na krigagem ordinária como da simulação estocástica nenhum bloco foi classificado como indicado.

## **8. Conclusões**

Após os resultados da classificação de recursos minerais baseada nos erros derivados da variância de krigagem, da variância de interpolação e da variância de simulação estocástica conclui-se que o modo como se derivam os erros são indiferentes, pois características como alta densidade da base de dados, ou seja, grande quantidade de informação, associada a alta homogeneidade do depósito, mostraram-se de grande interferência nos resultados obtidos.

Entretanto, foi possível verificar nos resultados, mesmo de forma sutil, as diferentes propriedades e a influência da variância de interpolação. A sutilidade das diferenças é fruto, conforme já destacado, das características do minério estudado e da malha de amostragem utilizada, que são minério homogêneo com alta quantidade de amostras coletadas, o que diminui sobremaneira os erros, sejam eles calculados como forem. O erro derivado da variância de simulação estocástica, por sua vez, apresentou o menor intervalo entre os valores mínimo e máximo. Porém, também pelas características da base de dados não foi possível concluir se a simulação estocástica é um método eficaz na classificação de recursos/reservas minerais.



## 9. Referências Bibliográficas

- Almeida F. F. M. 1981. O Cráton do Paramirim e suas relações com o do São Francisco e suas faixas marginais. *In: SBG, Simpósio sobre o Craton do São Francisco e suas Faixas Marginais - núcleo BA, Anais.*
- AusIMM (Australian Institute of Mining and Metallurgy). 2004. *Australasian Code for reporting exploration results, mineral resources and ore reserves - The JORC Code 2004 Edition*. 31p. Disponível em [www.jorc.org](http://www.jorc.org)
- CIM (The Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum Standing Committee on Reserve Definitions). 2005. *CIM Definitions Standards - for mineral resources and reserves*. 10p. Disponível em [www.cim.org](http://www.cim.org)
- Departamento Nacional da Produção Mineral - D.N.P.M. 1987. Código de Mineração e legislação correlativa. Brasília, DNPM. 333p.
- Deustch C. V.; Journel A.G. 1998. *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*. New York, Oxford University Press 2<sup>nd</sup> Edition – Beta Version. 360p.
- Geovariances & Ecole des Mines de Paris. 2000. *ISATIS - Isatis Software Manual*. France, Geovariances. 585p.
- Guimarães P. G. 2006. Análise Geoestatística de Eletroresistividade para a Determinação de Condicionantes de Carstificação. Trabalho de Formatura, Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo. 33p.
- Harbaugh J. W.; Doveton J. H. & Davis J. C. 1977. *Probability Methods in Oil Exploration*. New York, John Wiley. 269p.
- Hohn M. E. 1999. *Geostatistics and Petroleum Geology*. Netherlands, Kluwer Academic Publishers. 235p.
- Huijbregts C. J. 1975. Regionalized Variables and quantitative analysis of spatial data. *In: Davis J. C. & McCullagh M. J. (orgs.). Display and Analysis of Spatial Data*. New York, John Wiley, p. 38-53.
- IMMM (Institute of Materials, Minerals & Mining). 2001. Em conjunto com European Federation of geologists, The Geological Society of London and The Institute of Geologists of Ireland. *Code for reporting of mineral exploration results, mineral resources and mineral reserves – The Reporting Code*. 35p. Disponível em [www.geolsoc.org.uk](http://www.geolsoc.org.uk)
- Isaaks E. H. & Srivastava R. M. 1989. *An Introduction to Applied Geostatistics*. New York, Oxford University Press. 561p.
- Journel A. G. & Rossi M. E. 1989. When do we need a trend model in kriging?. *In: Mathematical Geology*, v. 21, n. 7, p.715-739.
- Journel A. G. 1994. Geostatistics and reservoir geology. *In: Yarus J. M.; Chambers R. L. 1994. Stochastic modeling and geostatistics : principles, methods, and case studies*. Tulsa, Okla: American Association of Petroleum Geologists (AAPG). 379p.
- Landim P. M. B. 1998. *Análise Estatística de dados geológicos*. São Paulo, Editora da UNESP. 226p.



- Massahud J. S. 1996. Reservas de Minério da Mina de Capanema (MG). Santa Bárbara. Minas da Serra Geral S/A (relatório interno).
- Olea R. A. 1999. *Geostatistics for engineers and earth scientists*. Boston, Kluwer Academic Publishers, 303p.
- Rocha M. M. 1999. Estudo Comparativo entre os métodos computacionais de avaliação de reservas e controle de teores da Mina de Capanema, Santa Bárbara, MG. Dissertação de Mestrado, Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo. 78p.
- Rocha M. M. 2007. Texto de aula da disciplina GSA-5822 – Geoestatística Aplicada, Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo. 15 p.
- SAMREC (The South African Mineral Resource Committee). 2007. *The South African Code for the reporting of exploration results, mineral resources and mineral reserves – The SAMREC Code 2007 Edition*. 50p. Disponível em [www.samcode.co.za](http://www.samcode.co.za)
- Spiegel E.J. 1993. *Estatística*. São Paulo, McGraw Hill. 580p.
- Srivastava M. 1994. An overview of stochastic methods for reservoir characterization. In: Yarus J. M.; Chambers R. L. 1994. *Stochastic modeling and geostatistics : principles, methods, and case studies*. Tulsa, Okla: American Association of Petroleum Geologists (AAPG). 379p.
- Yamamoto J. K. 2000. An Alternative Measure of the Reliability of Ordinary Kriging Estimates. In: *Mathematical Geology*, v. 32, n. 4, p. 489-509.
- Yamamoto J. K. 2001. *Avaliação e classificação de reservas minerais*. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo. 226 p.
- Yamamoto J. K. & Rocha M. M. 1996. Revisão e recomendações para o cálculo e classificação de reservas minerais. *Rev. Bras. Geoc.*, 26, n.4, p. 243-254.
- Yamamoto J. K. & Rocha M. M. 2001. Conceitos Básicos. In: Yamamoto J. K. *Avaliação e classificação de reservas minerais*. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, p.9-34.



## ANEXO 1



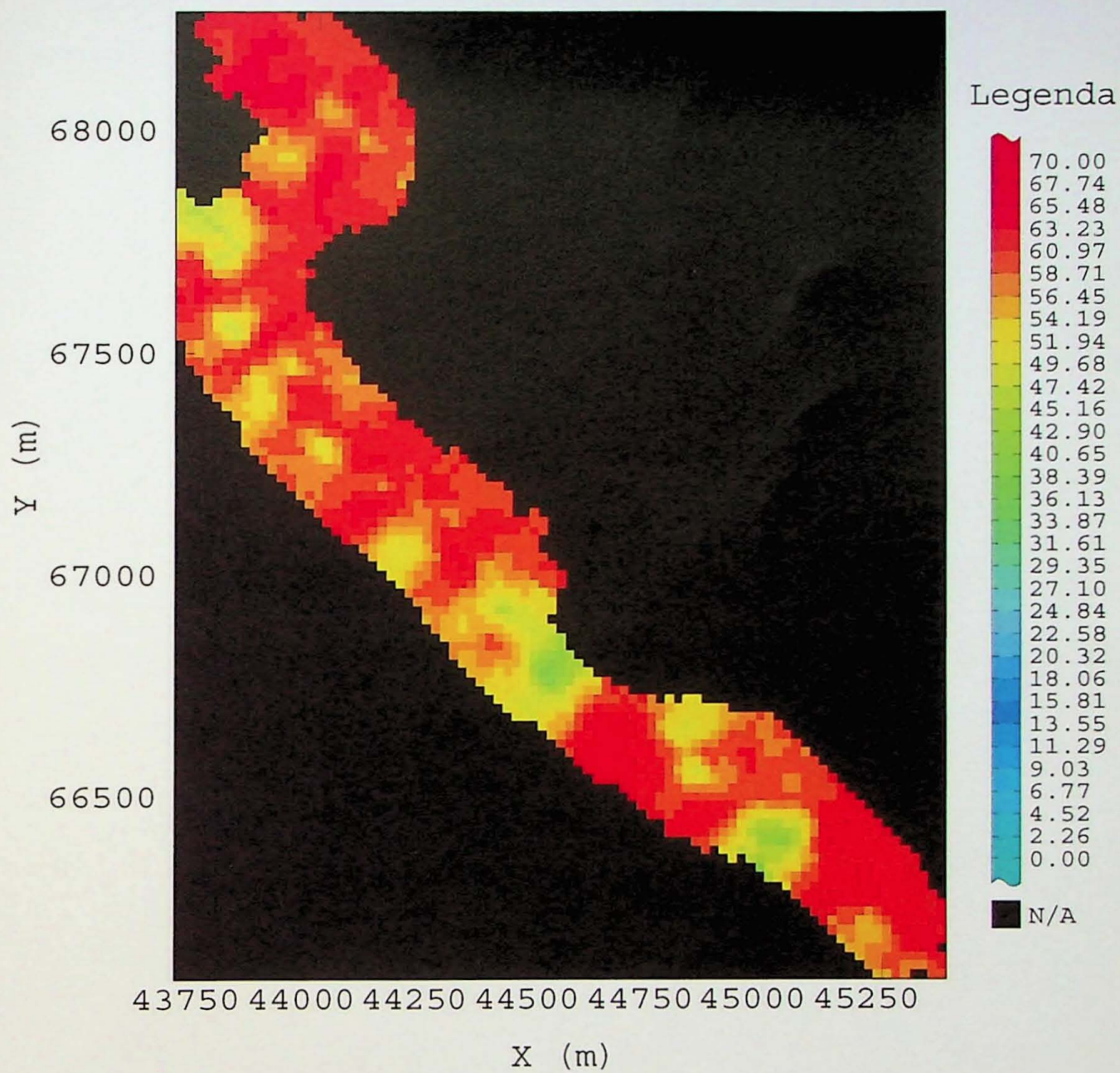


Figura A1 A: Mapa da estimativa por Krigagem Ordinária



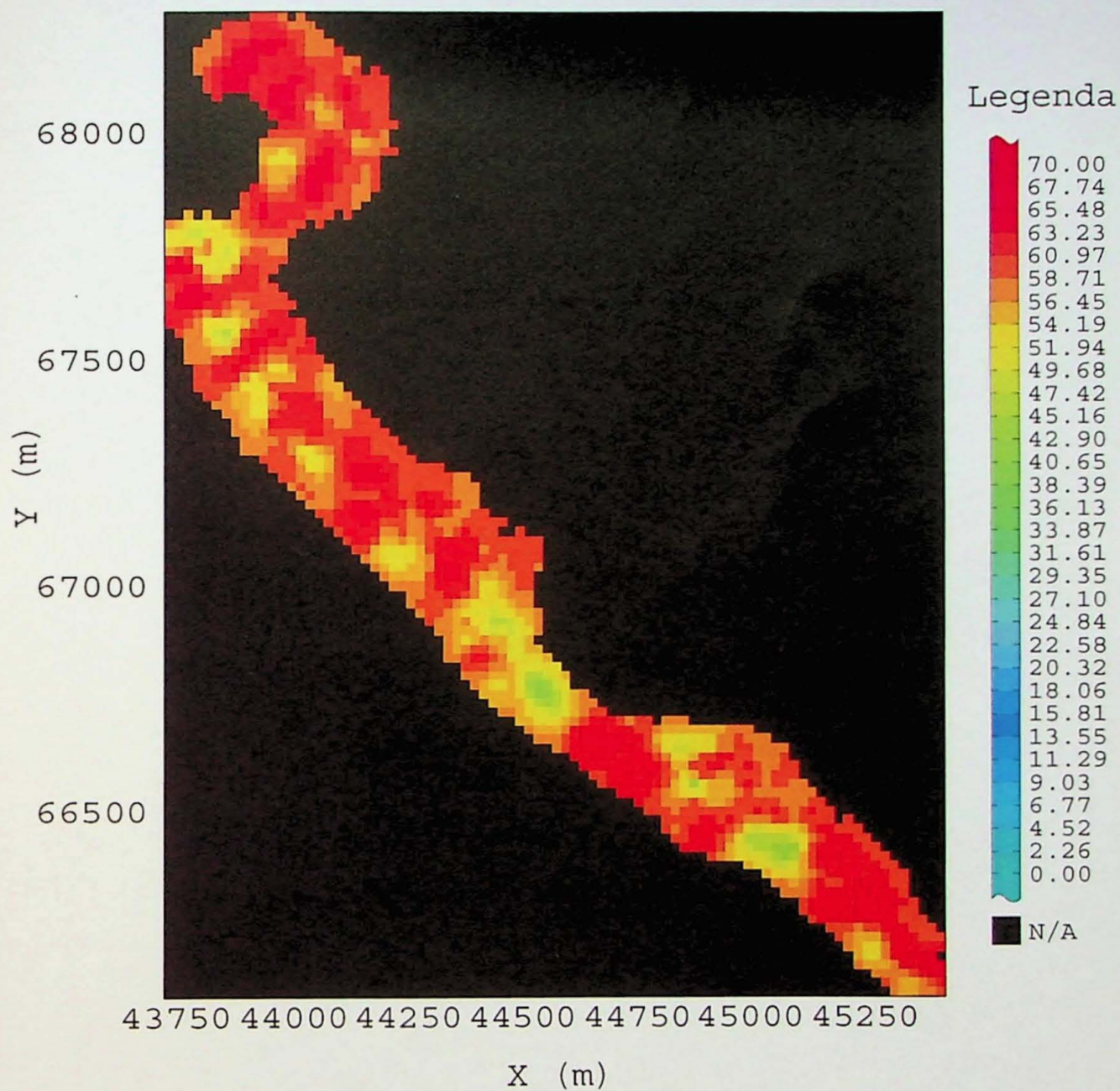


Figura A1 B: Mapa da Simulação Estocástica (média das 100 simulações)



## ANEXO 2



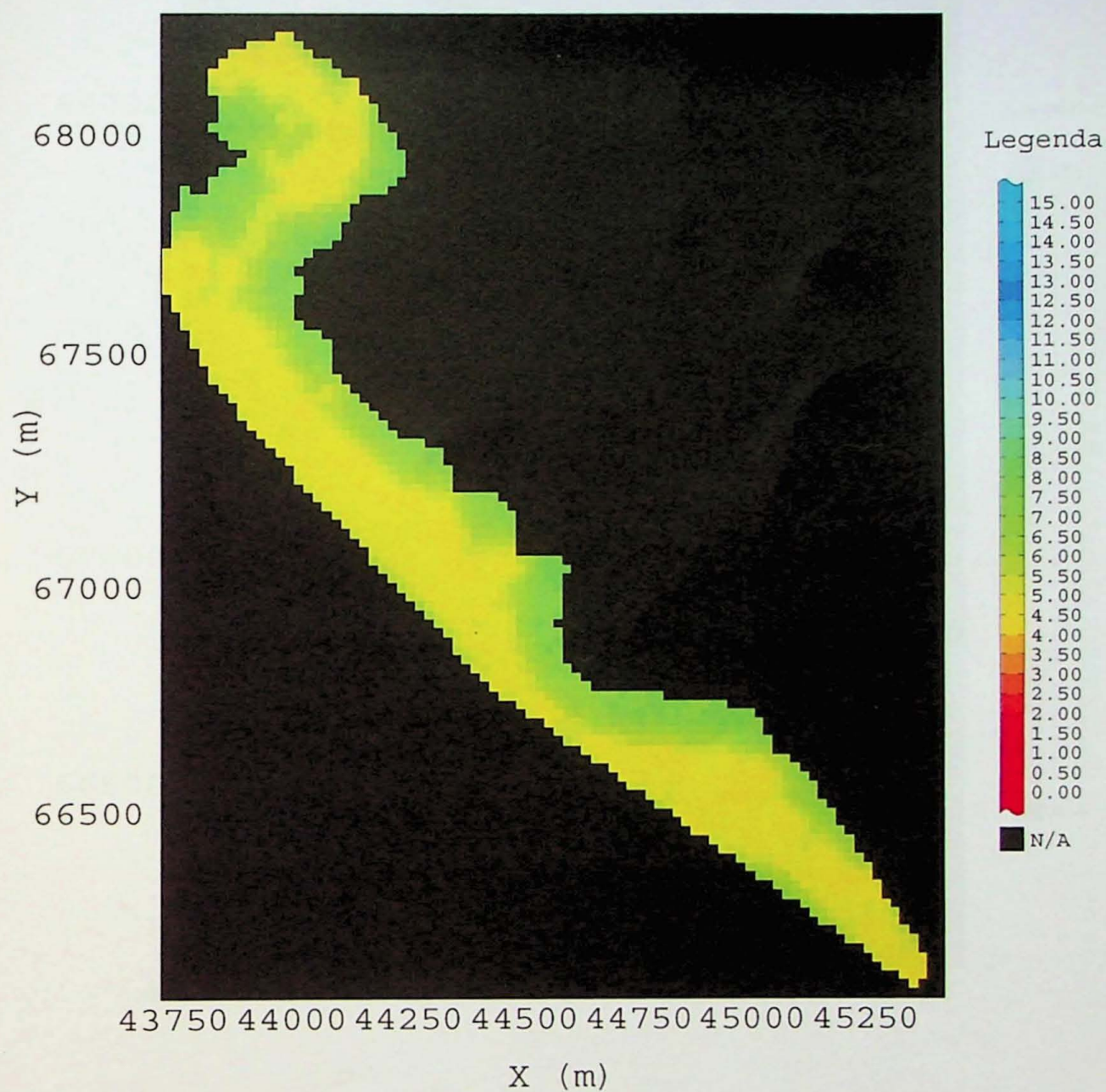


Figura A2 A: Mapa da Variância de Krigagem ( $\sigma_{KO}$ ) .



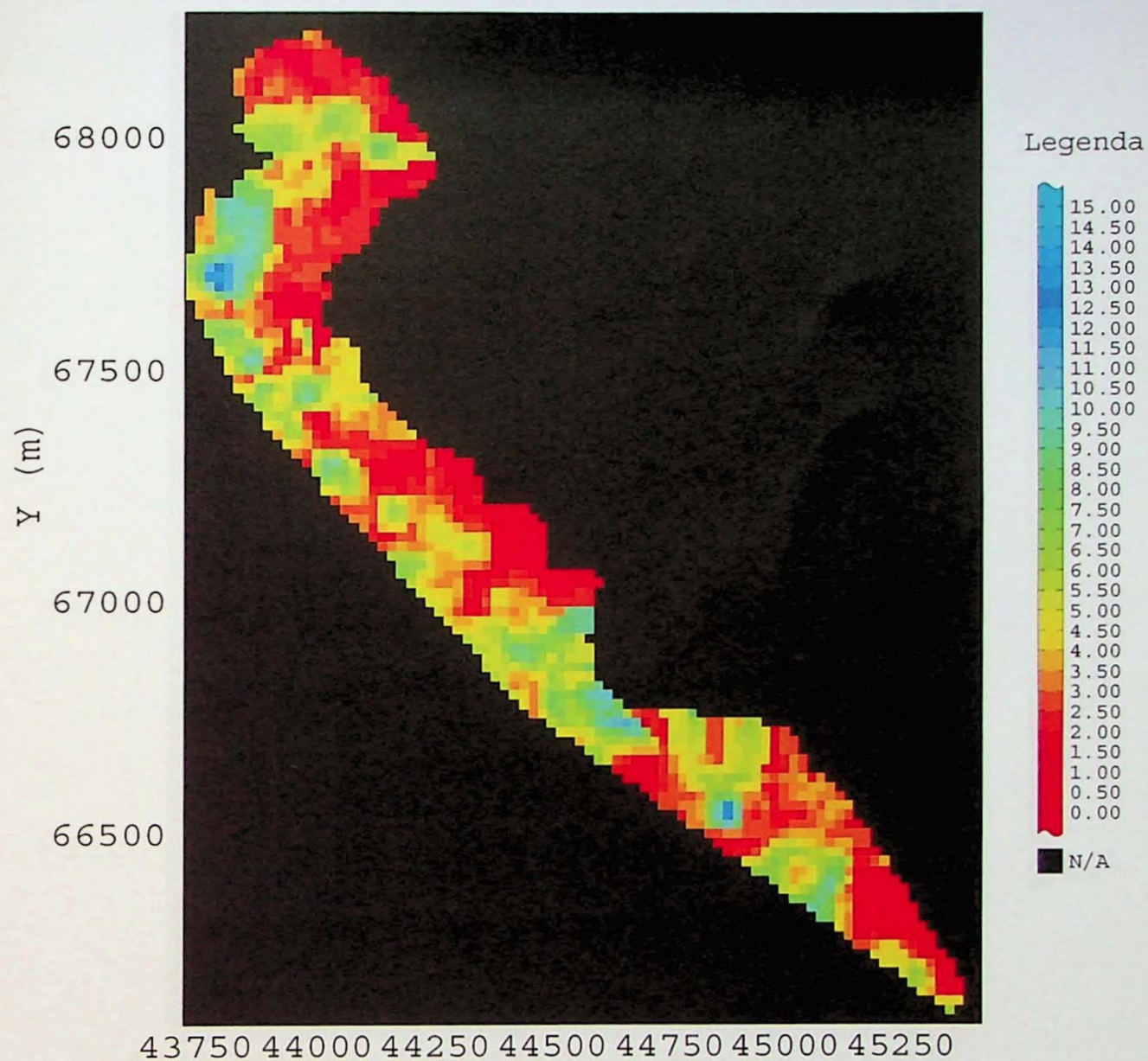


Figura A2 B: Mapa da Variância de Interpolação ( $S_0$ )



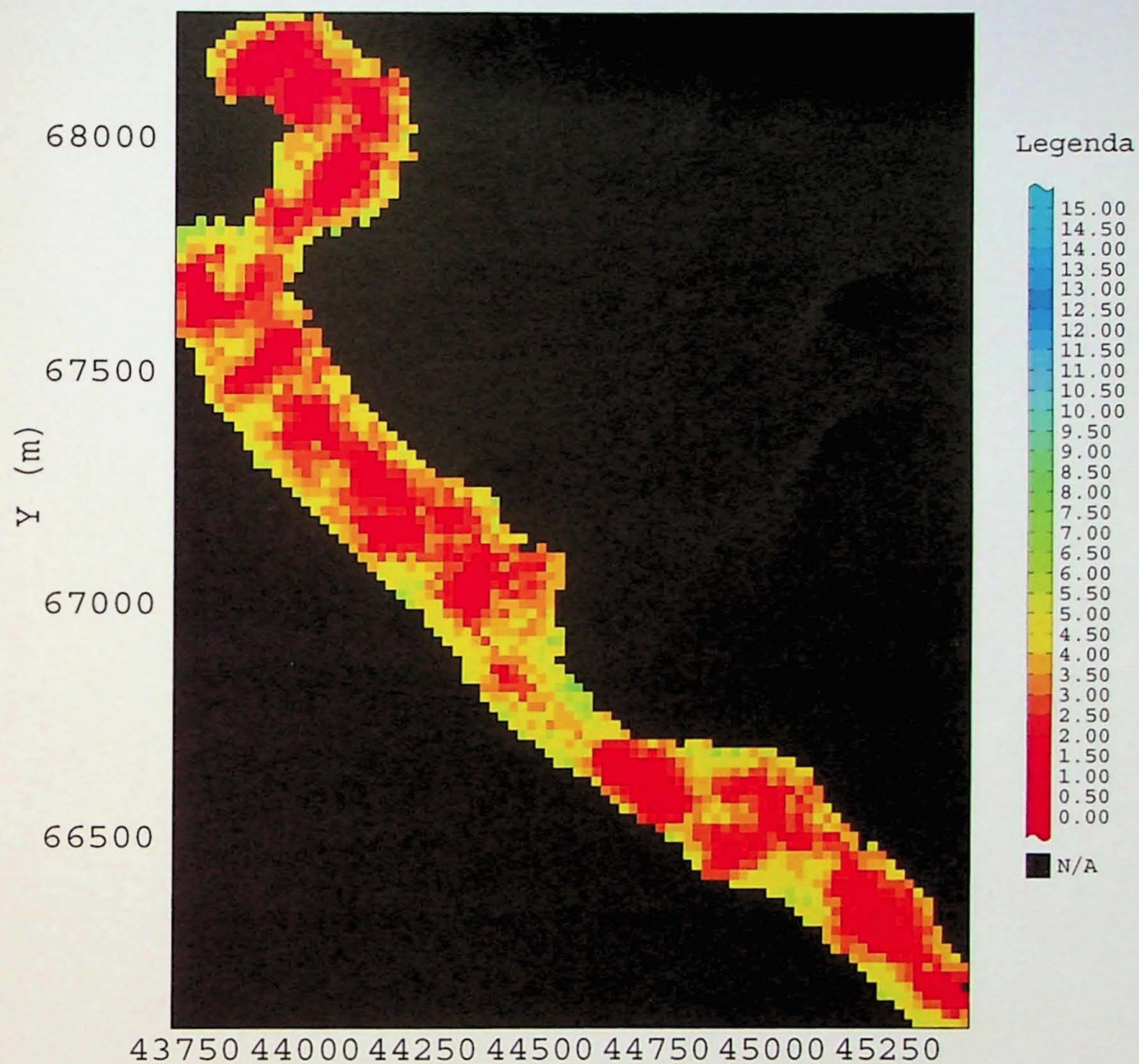


Figura A2 C: Mapa da Variância de Simulação Estocástica ( $\sigma_{SE}$ )



## ANEXO 3



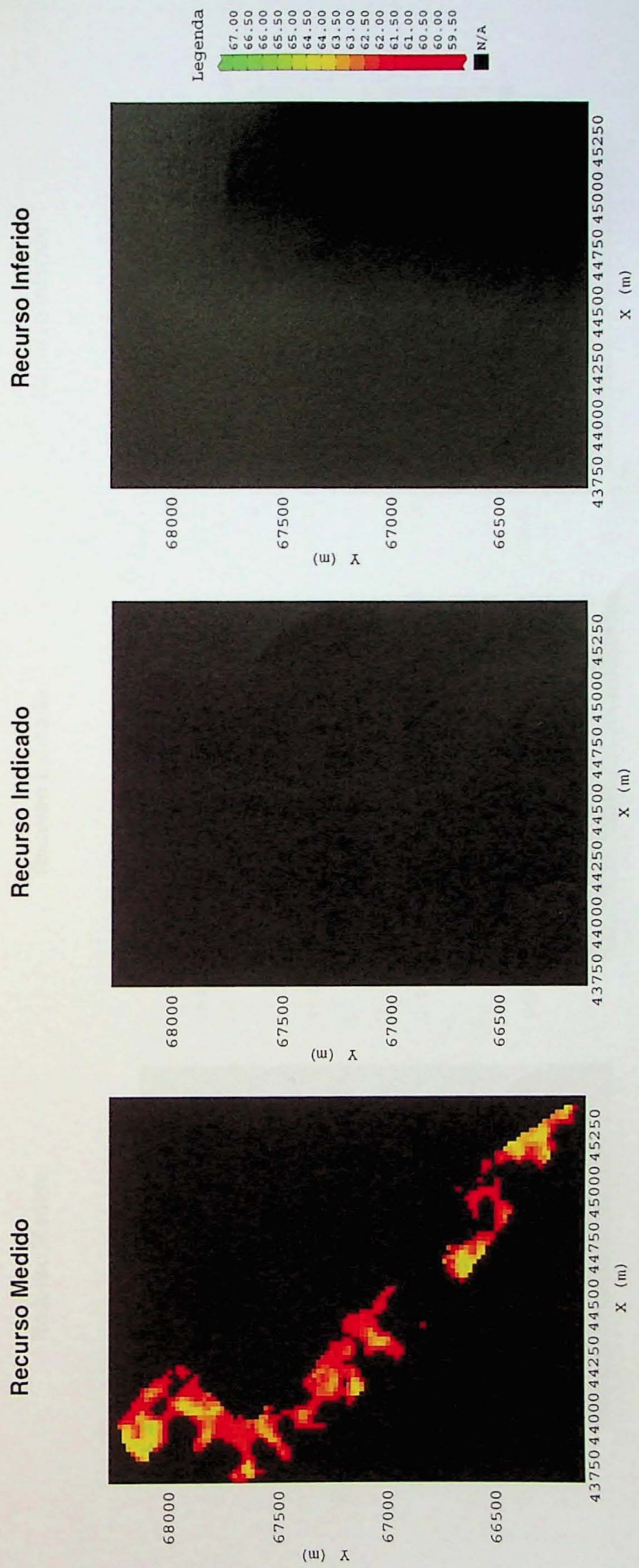


Figura A3 A: Mapas das seleções de blocos de minério referentes a Recurso Medido, Indicado e Inferido, classificados com base nos erros derivados da Variância de Krigagem ( $\sigma_{KO}$ ).



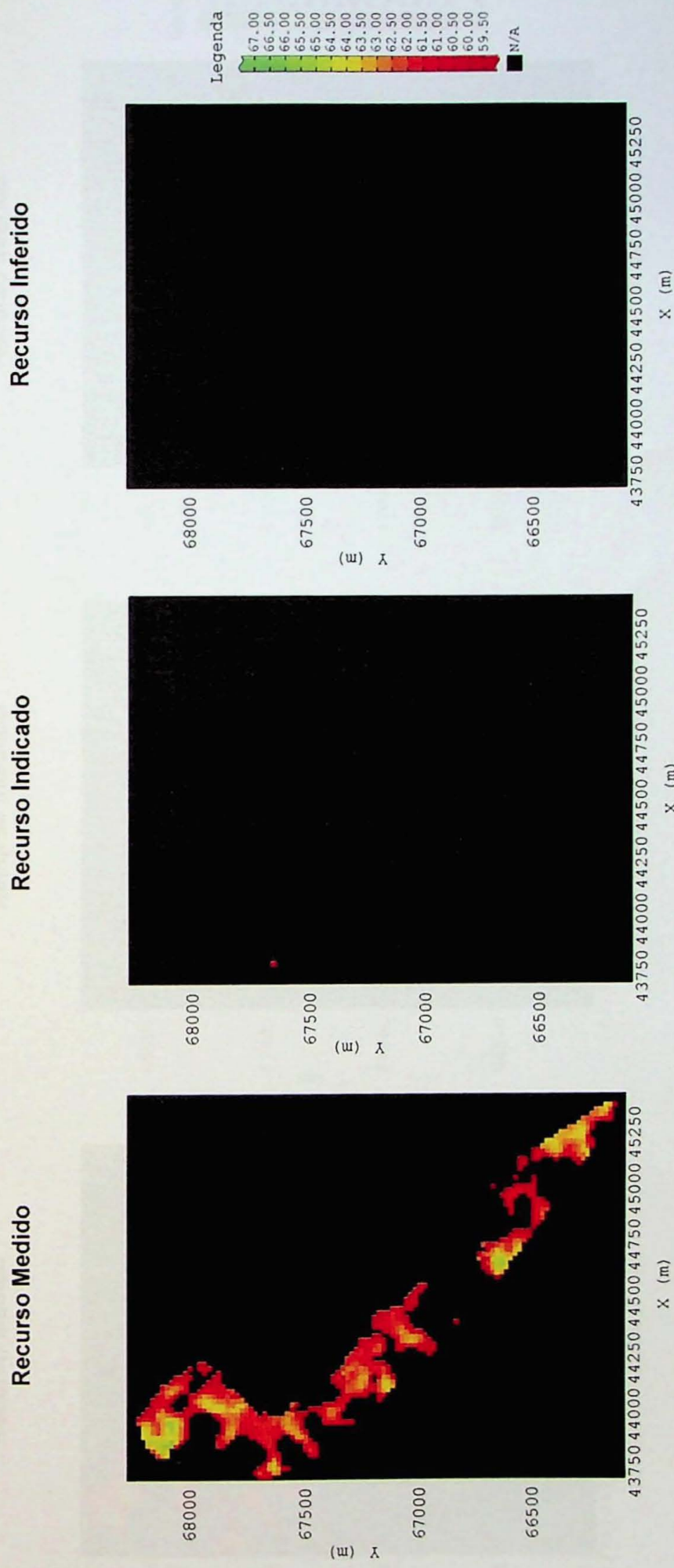


Figura A3 B: Mapas das seleções de blocos de minério referentes a Recurso Medido, Indicado e Inferido, classificados com base nos erros derivados da Variância de Interpolação ( $S_0$ ).



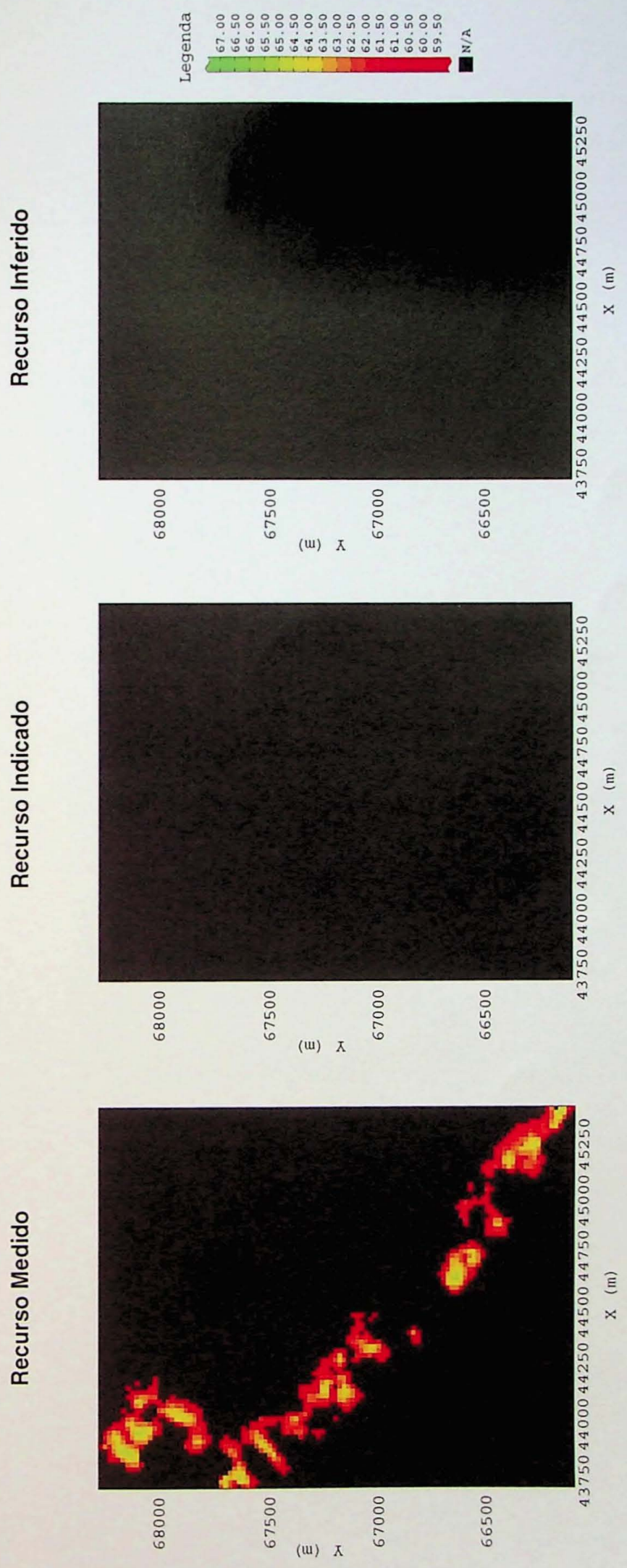


Figura A3 C: Mapas das seleções de blocos de minério referentes a Recurso Medido, Indicado e Inferido, classificados com base nos erros derivados da Variância de Simulação Estocástica ( $\sigma_{SE}$ ).



## ANEXO 4



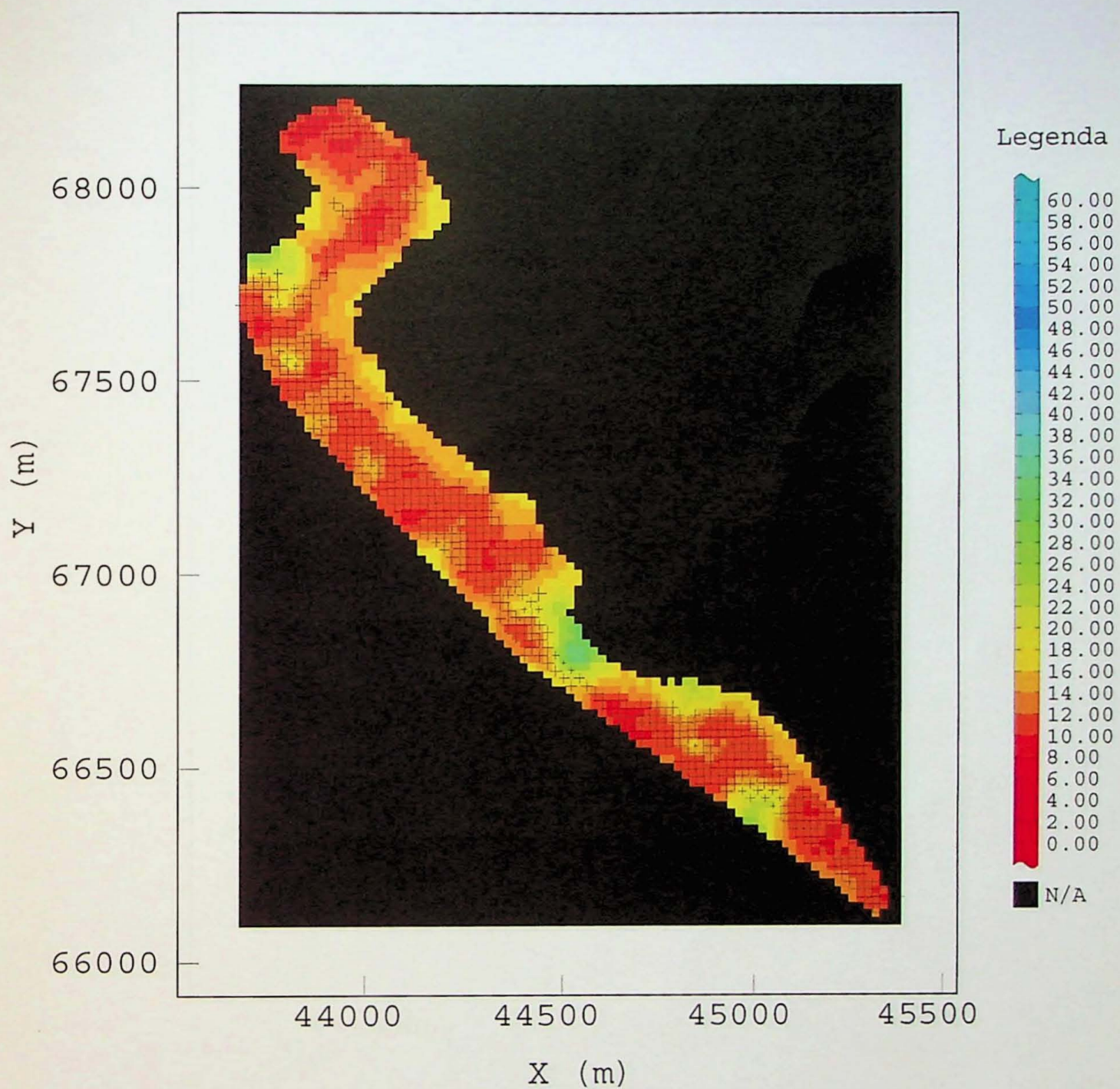


Figura A4 A: Malha de amostragem e a representatividade dos dados de teor de Fe sobre o mapa do erro de estimativa pela Variância de Krigagem.



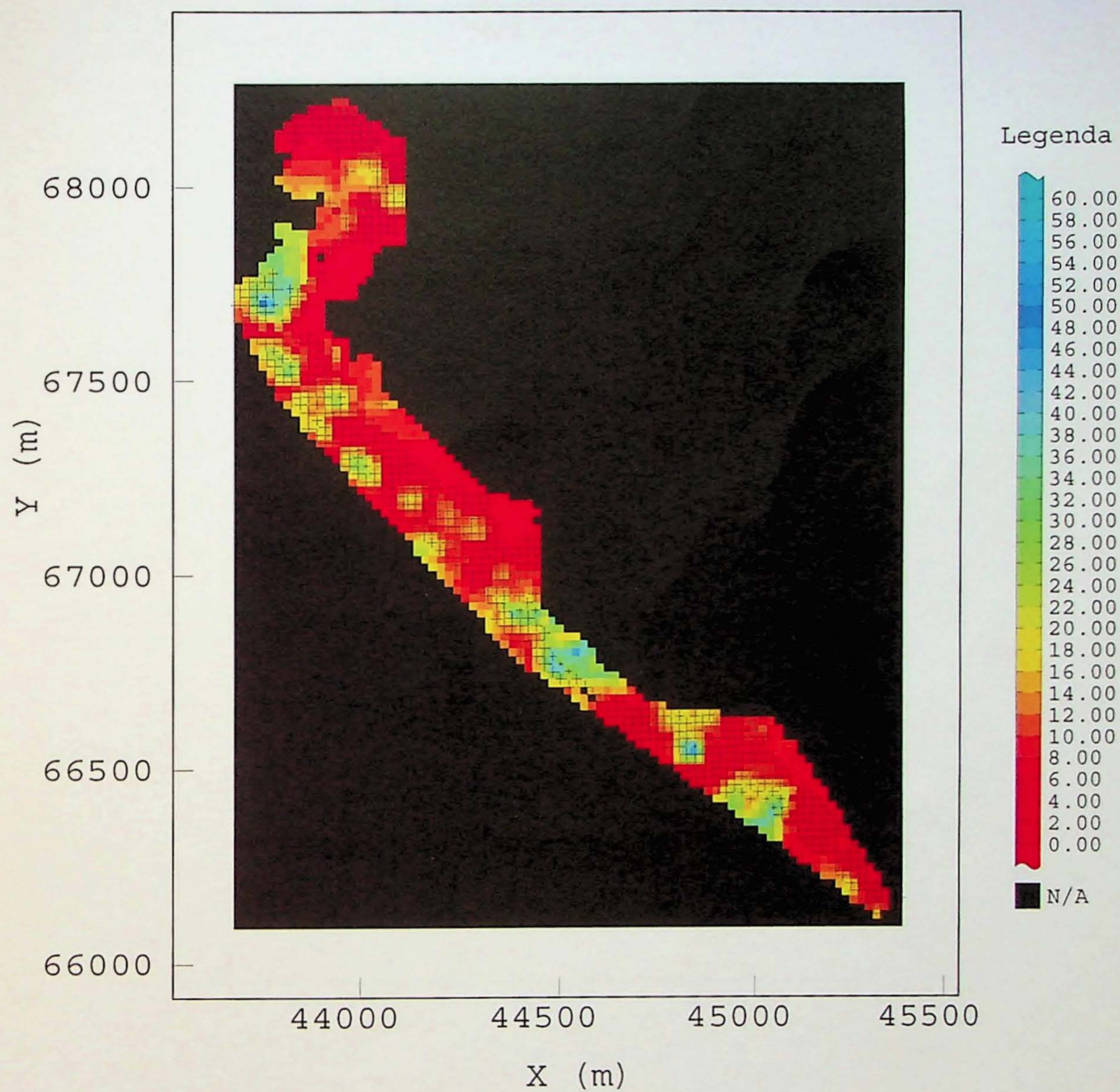


Figura A4 B: Malha de amostragem e a representatividade dos dados de teor de Fe sobre o mapa do erro de estimativa pela Variância de Interpolação.



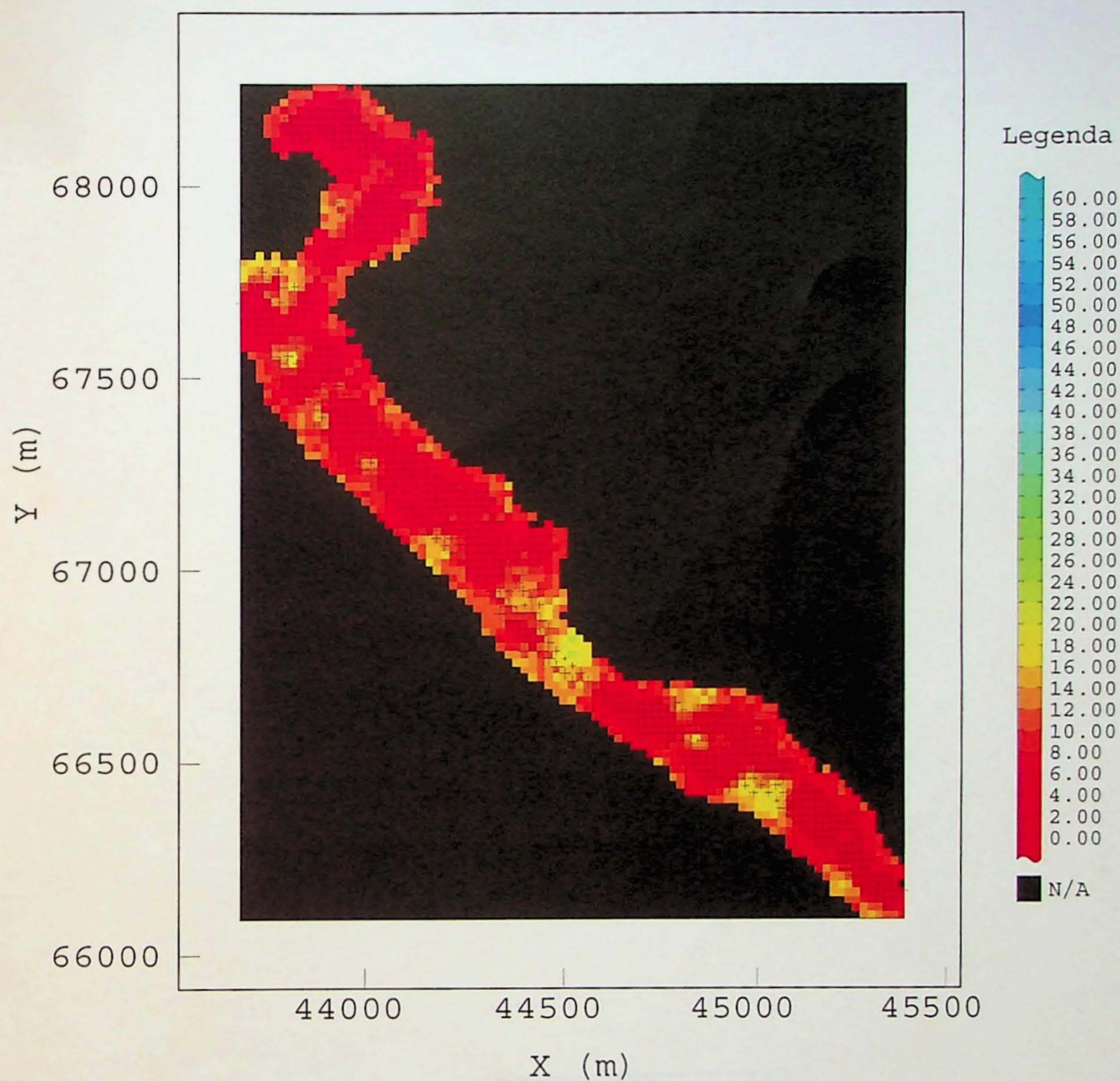


Figura A4 C: Malha de amostragem e a representatividade dos dados de teor de Fe sobre o mapa do erro de estimativa pela Variância de Simulação Estocástica.



DOAÇÃO _____
<i>IGC-USP</i>
Data: <i>05 / 01 / 10</i>



